

Übungen zu den „Grundlagen der Materialwissenschaft“

Übung 8: Dielektrika I

Aufgabe 19: Skalierung von Mikroprozessoren, RC-Zeitkonstante, Mooresches „Gesetz“

Die folgenden Fragen beziehen sich auf die in Abb. 1 gezeigten Verbindungsleitungen in einer integrierten Schaltung (engl. „integrated circuit“, IC): U_{in} ist das externe Spannungssignal, das an die Leitung angelegt wird, um einen Transistor am anderen Ende der Leitung zu schalten; die Leitung hat einen Widerstand R und ist von Isolatoren (relative Dielektrizitätskonstante ϵ_r) umgeben, so daß eine Kapazität C resultiert; $U_{\text{out}}(t)$ ist die Spannung an der Ausgangsseite, d. h. am Gate des zu schaltenden Transistors.

- Beschreiben Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf von $U_{\text{out}}(t)$, wenn sich U_{in} instantan von 0 V auf 1,5 V ändert (Formel und Skizze).
- Beschreiben Sie qualitativ den zeitlichen Verlauf von $U_{\text{out}}(t)$, wenn U_{in} von 1,5 V instantan wieder abgeschaltet wird (Formel und Skizze).
- Die Zeitkonstante τ in Abb. 1(a) besitzt den Wert $0,89 RC$. Warum ist das nicht der gleiche Wert wie bei dem idealisierten Ersatzschaltbild in Abb. 1(b) (dort $\tau = RC$)?
- Geben Sie den Widerstand für eine der Leitungen aus Abb. 1(c) mittels des spezifischen Widerstands ρ des Leitungsmaterials formelmäßig an.
- Geben Sie eine Näherungsformel für die Gesamtkapazität der beiden Leitungen an. (Hinweis: Das Substrat sowie eine der beiden Leitungen liegen auf Masse.)
- Geben Sie eine Formel für die resultierende Zeitkonstante τ an [dabei den Faktor 0,89 aus Aufgabenteil c) beachten!].

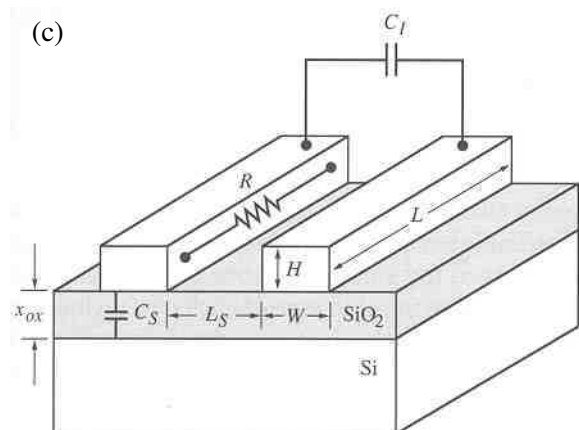
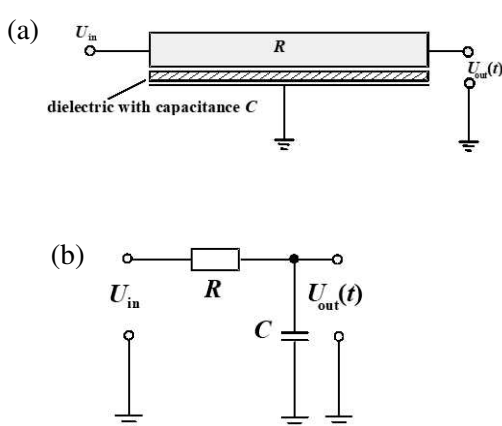


Abbildung 1: (a) zeigt den Längsschnitt einer Verbindungsleitung, welche vom Si-Substrat durch ein Dielektrikum (SiO_2) getrennt ist. (b) „Standard“-RC-Ersatzschaltbild und (c) dreidimensionale Darstellung der Verbindungsleitung mit Widerstand R und den resultierenden Kapazitäten: C_S = Kapazität Leitung/Substrat, C_I = Kapazität Leitung/Leitung.

Bereits 1965 hatte Gordon Moore (damaliger R&D-Leiter der Firma Fairchild Semiconductor und späterer Mitgründer der Firma Intel) darauf hingewiesen, daß in den Jahren 1960 bis 1965 die Anzahl der Elemente in einer integrierten Schaltung exponentiell angestiegen ist (Verdopplung der Anzahl zunächst alle ein, später alle zwei Jahre). Seine Vorhersage, daß dieser Trend anhalten wird, hat sich in den Folgejahren bestätigt und ist seit den 1970er Jahren als „**Moore'sches Gesetz**“ bekannt. Es ist zwar kein naturwissenschaftliches Gesetz, wird aber als Grundlage für die Voraussplanung der Strukturgrößen in der Halbleiterindustrie anerkannt. An dieser „sich selbst erfüllenden Prophezeiung“ (von engl. „self-fulfilling prophecy“) wird bis heute festgehalten. Allerdings bezieht man sich inzwischen nicht mehr auf die reine Anzahl (besser: Dichte) der elektronischen Bauelemente auf einem Chip, sondern auf die Leistungsfähigkeit des Chips insgesamt (mit einer Verdopplung ca. alle zweieinhalb Jahre). Dafür spielte lange Zeit die Taktfrequenz eine entscheidende Rolle.¹ Dies soll zunächst näher betrachtet werden, bevor es zuletzt um die Entwicklung der jüngsten Zeit geht.

Die SIA-Roadmap (https://en.wikipedia.org/wiki/Semiconductor_Industry_Association) gab 1997 diese Werte für Verbindungsleitungen an: $\rho = 3,3 \mu\Omega\text{cm}$, $\varepsilon_r = 3,5$ (für 1998er Produkte). Für die folgenden Berechnungen nehme man an, daß die minimale Strukturgröße $F_{\min} = L_S = W = H = x_{\text{ox}} = 250 \text{ nm}$ betrage. Die (maximale) Länge einer Verbindungsleitung kann mit $L = L_{\max} = \sqrt{A}$ für eine Chipgröße von $A = 300 \text{ mm}^2$ abgeschätzt werden.

- g) Bringen Sie mit diesen Informationen die Formel für die Zeitkonstante τ aus Aufgabenteil f) auf den entsprechenden Stand und geben Sie τ explizit an. Ist der resultierende Wert ein Problem für einen Chip, der mit einer Frequenz von $f = 200 \text{ MHz}$ getaktet wird? Warum gab es damals trotzdem Chips, die mit Frequenzen $> 200 \text{ MHz}$ betrieben werden können?
- h) Welches Material wurde höchstwahrscheinlich als Dielektrikum benutzt?

2005 gab die SIA-Roadmap die Strukturgrößen $F_{\min} = L_S = W = H = x_{\text{ox}} = 80 \text{ nm}$ an, und die Länge lokaler Verbindungen betrug max. 40 Transistoren, d. h. $L_{\max} = 40 \cdot 2 \cdot 80 \text{ nm} = 6,4 \mu\text{m}$ (<https://www.semiconductors.org/resources/2005-international-technology-roadmap-for-semiconductors-itrs/>).

- i) Berechnen Sie die Zeitkonstante τ_{neu} einer lokalen Verbindungsleitung für diesen Fall und vergleichen Sie diese mit der Taktzeit des Chips, wenn dieser mit $f_{\text{neu}} = 4 \text{ GHz}$ betrieben wird. Ist die Zeitkonstante in diesem Fall kritisch?

Um die Verbindungsleitungen schneller zu machen, wird heutzutage Kupfer (mit dem spezif. Widerstand $\rho_{\text{Cu}} = 2 \mu\Omega\text{cm}$) in Verbindung mit einem sogenannten „low k“-Dielektrikum (das ist englischer Laborslang, denn mit k ist hier epsilon gemeint) mit $\varepsilon_{r, \text{low-k}} = 2,8$ benutzt.

- j) Wie wirkt sich dies auf τ aus? Eine Verbesserung um wieviele ITRS-Generationen bewirkt der Wechsel zur Kombination von Kupfer und „low k“-Dielektrikum (zwei Generationen entsprechen einer Verringerung auf $\tau/2$)?

Die 2013er Roadmap (<https://web.archive.org/web/20151228041321/http://www.itrs.net/>; <https://www.semiconductors.org/resources/2013-international-technology-roadmap-for-semiconductors-itrs/>) sah noch weitere Verkleinerungsschritte vor (2015: 15 nm; 2017: 13 nm; 2019: 11 nm; 2021: 9 nm; ab 2023: 8 nm [Strukturbreiten bei Flash-Speichern]), jedoch erschien 2016 die letzte ITRS-Roadmap; sie wurde von der IRDS (International Roadmap for Devices and Systems) abgelöst.

¹ Siehe dazu z.B. https://de.wikibooks.org/wiki/Computerhardware:_Prozessor.

- k) Suchen Sie im Internet nach Informationen über die derzeitige Mikrochipfertigung, egal ob von Speichern oder Prozessoren: Was sind die kleinsten derzeit *tatsächlich* verwendeten Strukturgrößen bei kommerziell erhältlichen Produkten? Wie kleine Strukturen sind noch in der Entwicklung?
- l) In jüngster Zeit wird über das „Ende des Mooreschen Gesetzes“ diskutiert. Wissen Sie den Grund für dieses „Ende“? Falls nicht: Was vermuten Sie als Grund dafür? (Hinweis: Dies ist auch der Grund für die fundamentale Änderung der Roadmap.) Wie sehen Sie diesbezüglich Ihre Rolle als (zukünftiger) Ingenieur, der in Deutschland tätig ist? (Hinweis: Inwiefern spielt hier die Ortsangabe eine Rolle?).
- (Allgemeine Anmerkung: Im letzten Aufgabenteil geht es um „erweiterte Allgemeinbildung“, die speziell für Ingenieure relevant ist, nicht um prüfungsrelevanten Stoff; das „Abprüfen“ dieses Stoffs wird sich in Ihrem Leben von allein ergeben.)

Aufgabe 20: Atompolarisation

Betrachten Sie zunächst ganz allgemein ein Dielektrikum als eine in seinem gesamten Volumen polarisierbare Substanz (beliebiger Polarisationsmechanismus).

- a) Geben Sie die Formel für den allgemeinen Zusammenhang zwischen makroskopischer Polarisation \vec{P} eines Dielektrikums und mikroskopischem Dipolmoment $\vec{\mu}$ an. Was bedeutet diese Formel? Was sagt sie für den Fall, daß $\vec{P} \neq \vec{0}$ ist, darüber aus, was dann im Dielektrikum vorliegt?

Ein homogenes Dielektrikum, das zuvor unpolarisiert war, wird einem homogenen elektrischen Feld ausgesetzt und polarisiert; der relevante Mechanismus sei die Atompolarisation.

- b) Erläutern Sie detailliert diesen grundlegenden Polarisationsmechanismus, beginnend mit dem Fall, daß zuerst kein äußeres elektrisches Feld angelegt ist.

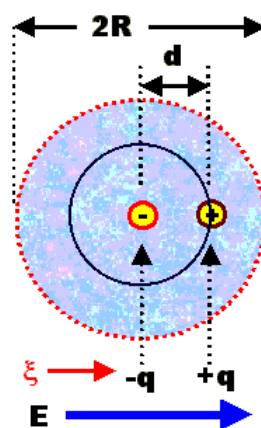


Abbildung 2: Prinzipskizze zur Funktionsweise der Atompolarisation; Erläuterung im Text.

- c) Geben Sie die beiden im Fall der Atompolarisation an einem Atom entgegengesetzt wirkenden Kräfte F_1 (welche das äußere elektrische Feld ausübt) und F_2 (welche innerhalb des Atoms wirkt) in Formeln an. Leiten Sie daraus eine allgemeine Formel für den Gleichgewichtsabstand d_E der Ladungsschwerpunkte bei gegebener elektrischer Feldstärke E her.

Anleitung: Betrachten Sie das Atom wie in der Skizze aus der Vorlesung (Abb. 2) vereinfacht als kugelförmig mit dem Radius R , innerhalb dessen die gesamte Ladungsdichte der Elektronen homogen verteilt ist. Berücksichtigen Sie, daß für einen gegebenen Abstand d zwischen positivem und negativem Ladungsschwerpunkt aus Symmetriegründen nur der Anteil der „Ladungswolke“ der Elektronen zu F_2 beiträgt, der sich innerhalb einer Kugel mit dem Radius d um den negativen Ladungsschwerpunkt herum befindet. (Den Beweis dessen überlassen wir getrost den Theoretischen Physikern.)

Verwenden Sie bei den nachfolgenden Aufgabenteilen die folgenden Materialparameter:

	Helium	Silizium	Blei
Ordnungszahl	$Z_{\text{He}} = 2$	$Z_{\text{Si}} = 14$	$Z_{\text{Pb}} = 82$
Atomradius	$R_{\text{He}} = 0,03 \text{ nm}$	$R_{\text{Si}} = 0,11 \text{ nm}$	$R_{\text{Pb}} = 0,18 \text{ nm}$
molares Volumen	$V_{\text{m}} = 22,414 \frac{\text{dm}^3}{\text{mol}}$	$V_{\text{m}} = 12,1 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$	$V_{\text{m}} = 18,3 \frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$

- d) Berechnen Sie den Gleichgewichtsabstand d_E für Helium unter der Einwirkung eines elektrischen Feldes von $E = 1 \frac{\text{MV}}{\text{cm}}$.
- e) Berechnen Sie die „Federkonstante“ k_F der elektrostatischen Bindungskraft zwischen dem Atomkern und der Elektronenhülle für Helium.
- f) Betrachten Sie die „Elektronenwolke“ als bezüglich des Kerns hin und her schwingend und berechnen Sie die zu k_F gehörende Resonanzfrequenz ω_0 für die Elektronenhülle von Helium. Mit welcher Wellenlänge λ einer von außen eingestrahlten elektromagnetischen Welle könnte man das Atom als (ungedämpften) Resonator bei seiner Eigenfrequenz anregen?
- g) Berechnen Sie die Atomdichte n (d. h. die Anzahl N der Atome pro Volumen V) aus dem molaren Volumen für die drei Elemente.
- h) Bestimmen Sie die sich aus dieser modellhaften Beschreibung der Atompolarisation ergebende dielektrische Suszeptibilität χ_{He} für Helium. Das „CRC – Handbook of Chemistry and Physics“ gibt für Helium einen Wert von $\chi = \epsilon_r - 1 = 6,84 \cdot 10^{-5}$ an. Was könnte der Grund dafür sein, daß der berechnete Wert etwas kleiner ist?
- i) Bestimmen Sie die sich aus dieser modellhaften Beschreibung der Atompolarisation ergebende dielektrische Suszeptibilität χ_{Si} für Silizium. Das „CRC – Handbook of Chemistry and Physics“ gibt für Silizium einen Wert von $\chi \approx 11$ an. Was könnte der Grund dafür sein, daß der berechnete Wert im Vergleich dazu deutlich kleiner ist?
- j) Bestimmen Sie die aus der Atompolarisation resultierende dielektrische Suszeptibilität χ_{Pb} für Blei. Warum ist das angewandte Modell der Atompolarisation problematisch für den Fall, daß ein äußeres elektrisches Feld an ein Stück Blei angelegt wird?