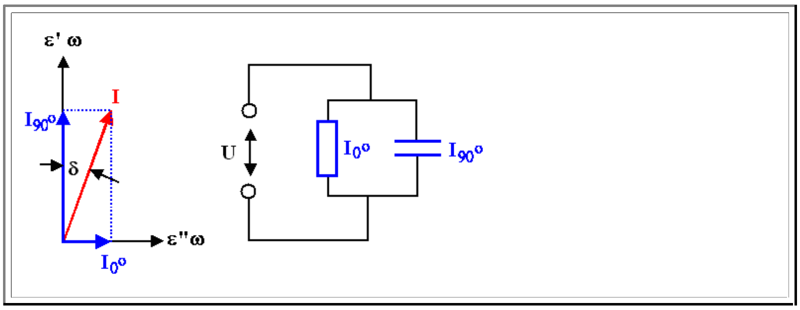
6.3.3 Verallgemeinerung des Begriffs "Dielektrikum"

Dielektrische Funktion statt Dielektrizitätskonstante

- In den vorangegangenen Moduln haben wir einerseits postuliert, dass "Dielektikum" *erstmal* nur ein anderes Wort für *Isolator* sei, aber andererseits Zahlenwerte für die **DK** von Halbleitern angegeben. Was den nun? Halbleiter sind nun mal *keine* Isolatoren; Standard-**Si** hat z. B. einen spezifischen Widerstand so um **1** Ω**cm**.
  - Man darf also beim Begriff einer **Dielektrizitätskonstanten für einen Halbleiter** ein gewisses Puristenbauchweh bekommen.
- Es ist Zeit, nach der "erstmals" Definition das "zweitmal" anzugehen. Beim zweiten Mal hat man ja auch schon ein bißchen Erfahrung; das kann dann sogar mehr Spaß bringen.
  - Für Halbleiter können wir uns im Prinzip noch einfach aus der Patsche helfen: Wir *kühlen* das halbleitende Material. Spätestens in der Nähe des absoluten Nullpunkts wird es ein guter Isolator sein. Dann kann man die **DK** in der gewohnten Weise messen.
- OK - aber das klingt ein bißchen künstlich. Deswegen machen wir jetzt die folgende sehr allgemeine und ohne Tricks umsetzbare Überlegung:
  - Bei einem *idealen* Isolator im Plattenkondensator fließt bei anliegender Gleichspannung oder besser Feldstärke *keine* Gleichstromdichte; bei Wechselspannung ist die fließende Wechselstromdichte exakt $\mathbf{90^0}$ phasenverschoben zur Spannung. Rein elektrisch haben wir dafür das Symbol ⊣⊢.
  - Falls das Material rein "ohmsch" ist, also eine spezifische Leitfähigkeit $\sigma = 1/\rho \neq 0$ hat, fließt Gleichstrom oder Wechselstrom in Phase (Phasenverschiebung $\mathbf{0^0}$). Dafür gibt's dieses Symbol ⊣▭⊢.
- Wir zerlegen jetzt gedanklich das Material in seinen ideal-dielektrischen Teil und seinen nicht vernachlässigbaren ohmschen Widerstandsteil, d.h. beschreiben es so:



  - Wir haben einen idealen ohmschen Widerstand ***R*** parallel zu einem idealen Kondensator ***C*** mit zugehörigem **Zeigerdiagramm**.
  - Der Winkel δ wäre für ein *ideal* isolierendes Dielektrikum $\delta = 0^o$. Für ein *reales* Dielektrikum mit $R < \infty\ \Omega$ ist $\mathrm{tg}\delta = I_0/I_{90} > 0$. Die resultierende Zahl, die ja bei Frequenzen im **kHz** Bereich oder so leicht zu messen ist, wird oft in Tabellen angegeben, der sogenannte "**Tangens Delta** ist eine Art Qualitätsmaß für Dielektrika / Isolatoren.
- An den Achsen des Zeigerdiagramms steht nun verwirrenderweise neben den Strömen auch **ε'** und **ε"**. Was soll das bedeuten?
  - Na ja – wir schreiben mal die frequenzabhängige *Stromdichte* $j(\omega)$ durch einen Kondensator hin, der einem elektrischen Wechselfeld $E = E_0 \exp(i\omega t)$ ausgesetzt ist. Das führt zu einer Verschiebungsdichte $D = \epsilon_0 \epsilon_r(\omega) E$.
  - Wir haben beim idealen Kondensator natürlich nur Verschiebungsströme, d. h. $j(\omega) = \mathrm{d}D/\mathrm{d}t$. Dafür erhalten wir:

$$j(\omega) = \frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t} = \epsilon_0\, \epsilon_r(\omega) \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = \epsilon_0\, \epsilon_r(\omega) \frac{\mathrm{d}[E_0 \exp(i\omega t)]}{\mathrm{d}t} = \epsilon_0\, \epsilon_r(\omega) \cdot i\,\omega \cdot E_0 \exp(i\omega t) = \epsilon_0\, \epsilon_r(\omega) \cdot i\,\omega \cdot E(\omega)$$

- Die Phasenverschiebung von $\mathbf{90^o}$ steckt im **i** (mit $i^2 = -1$). Materialwissenschaftler sind boshafte Menschen und verwenden für die imaginäre Einheit den Buchstaben **i** und für die Stromdichte den Buchstaben **j** - genau andersrum als Elektrotechniker. Wer jetzt darüber nachdenkt, wer "recht" hat, sollte was Einfaches studieren und Jurist werden.
- Wenn wir jetzt ein beliebiges Realmaterial beschreiben wollen, das halt auch außer seiner **DK** auch noch eine endliche Leitfähigkeit hat, d. h. zu seiner kompletten Beschreibung noch einen ohmschen Widerstand parallel zum idealen, durch die **DK** beschriebenen Kondensator braucht, können wir das Ganze durch einen simplen Trick erledigen:

Wir nehmen für die (frequenzabhängige) Dielektrizitäts"konstante" ϵ_r die komplexe Zahl:

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon'(\omega) - i \cdot \epsilon''(\omega)$$

- Das *Minus*zeichen ist hier Konvention, damit in der nachfolgenden Gleichung das bequemere **+** steht. Wir betrachten also den *negativen* Imaginärteil einer komplexen Zahl.

Das gibt uns eine simple Beziehung, die wir noch brauchen werden:

$$\boldsymbol{j}(\omega) = \underbrace{\epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon''(\omega) \cdot E}_{\text{Realteil von } j(\omega) = j_0;\ \text{Phase} = 0^o} + i\, \underbrace{\epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon'(\omega) \cdot E}_{\text{Imaginärteil von } j(\omega) = j_{90};\ \text{Phase} = 90^o}$$

Das ist eine ziemlich coole Gleichung! Denn jetzt können wir auch für ein *beliebiges* Material eine **DK** definieren! Wir nennen das dann auch nicht mehr "Dielektrizitäts*konstante* ", wäre ja albern, sondern **dielektrische Funktion**.

- Wir packen also einfach den Leiteranteil in den Imaginärteil der *dielektrische Funktion* eines Materials; der Realteil beschreibt dann die "klassische" **DK**.
- Wenn man da mal kurz darüber nachdenkt, kommt man zum folgenden Schluss:

In der (komplexen) dielektrischen Funktion eines Materials stecken alle elektrischen und optischen Eigenschaften des Materials.

Das ist doch was! Zwei Kurven – Real- und Imaginärteil über der Frequenz – ist alles, was man braucht, um ein Material elektrisch und optisch vollständig zu charakterisieren! Die dielektrische Funktion eins Materials gehört damit zwingend in die universitären Grundlagen der Materialwissenschaft für Elektro- und Informationstechniker.

- Na ja. Wenn man ganz genau hinschaut, endeckt man noch so ein paar Klauseln und Nebenbedingungen Die sind aber für das Gesamtbild unwichtig und sollen uns hier nicht weiter interessieren.

Dielektrische Verluste

Wenn man Strom und Spannung multipliziert, bekommt man bekanntlich die im "Verbraucher" umgesetzte Leistung L in Watt (***W***).

- Wenn man Strom*dichte* und *Feldstärke* multipliziert, bekommt man bekanntlich (?) die im "Verbraucher" umgesetzte **Leistungsdichte** in Watt pro $\mathbf{cm^3}$ ($\mathbf{W \cdot cm^{-3}}$).

Wenn Stromdichte und Feldstärke *oszillieren*, muss man auf die Phasenbeziehung der beiden achten.

- Man teilt dann die Stromdichte auf in den Teil j_0, der in Phase fließt, und den Teil j_{90}, der um $\mathbf{90^o}$ phasenversetzt fließt; mit Zeigerdiagrammen geht das sehr einfach.
- Dann gilt:
  - Feldstärke mal $j_0 = L_W$ = **Wirkleistung**, wird meist in Wärme umgewandelt.
  - Feldstärke mal $j_{90} = L_B$ = **Blindleistung**, macht weiter nichts.

Gleich oben stehen Ausdrücke für beide Stromdichtekomponenten. Multipliziert mit $E(\omega) = E_0 \cdot \exp(i\omega t)$ erhält man die folgenden, auf das Volumen bezogenen **Leistungsdichten**:

Wirkleistung

$$L_W = \epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon'' \cdot E^2$$

Blindleistung

$$L_B = \epsilon_0 \cdot \omega \cdot \epsilon' \cdot E^2$$

- Fein. Das war wohl zu erwarten. Mit **є'** haben wir ja die klassische **DK** beschrieben, die im Kondensator leistungsmäßig ja außer Blindleistung nichts macht. Mit **є''** haben wir den noch vorhandenen ohmschen Widerstand beschrieben, und der wird bei Stromfluß ja auch heiß, weil Wirkleistung deponiert wird.

Wir werden aber noch folgendes lernen: Selbst absolut *ideale* Dielelektrika haben in bestimmten Frequenzbereichen Imaginärteile ihrer **DK**!

- In diesen Frequenzbereichen sind auch "ideale" Dielektrika (mit verschwindender Gleichstromleitfähigkeit) verlustbehaftet – wir haben *dielektrische Verluste*; das Dielektrikum wird heiß!
- In diesen Frequenzbereichen werden dann auch ideale Dielektrika heiß – hier steckt das Wirkprinzip der "**Mikrowelle**"!

Jetzt noch die schnellen Fragen:

Fragebogen
Schnelle Fragen zu 6.3.3