

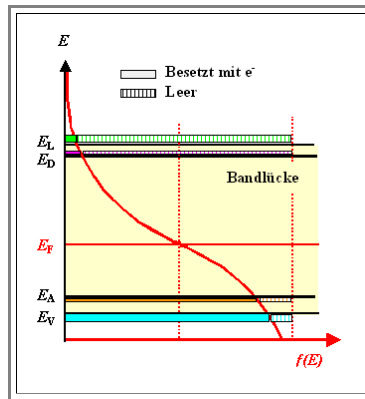
# Quantitative Berechnung der Fermienergie bei dotierten Halbleitern

## Wo liegt die Fermienergie ?

Advanced

Wir lassen beliebige Konzentrationen an Akzeptoren und Donatoren zu; betrachten aber nur **zwei** zusätzliche Niveaus in der Bandlücke bei  $E_D$  und  $E_A$

- Die zugehörigen Zustandsdichten sind identisch mit den Konzentrationen der Dotieratome, d.h. wir haben  $N_D$  und  $N_A$  Plätze für Elektronen bei den zugehörigen Energien.
- Wir zeichnen das alles einfach mal in ein Banddiagramm und schauen uns an, wieviele der angebotenen Plätze besetzt sind bei einer Fermiverteilung mit zunächst noch willkürlich gewählter Fermienergie. Das ist jetzt einfach zu machen und schaut so aus:



- Die farbigen Balken symbolisieren (von oben nach unten) die Zustandsdichten

$N_{\text{eff}}^L$	bei	$E_L$
$N_D$	bei	$E_D$
$N_A$	bei	$E_A$
$N_{\text{eff}}^V$	bei	$E_V$

Was wir **jetzt** zu beachten haben, um die Fermienergie bestimmen zu können, ist **Elektroneutralität** - nur mit der Gleichsetzung zweier Konzentrationen wie bisher kommt man nicht weiter.

- Was für Ladungen haben wir zu beachten? Wo hat sich etwas geändert (immer im Vergleich zu  $T = 0K$ )?
- Schauen wir uns also die Bilanz an, getrennt nach negativen und positiven Ladungen. Wir schreiben das Ganze in fast voller Allgemeinheit mit der Fermiverteilung für die Dotierniveaus, und den effektiven Zustandsdichten und der Boltzmann-Näherung für die Bänder um die unhandliche Integrale zu vermeiden.

Negativ		Positiv	
Art	Formel	Art	Formel
Elektronen in L	$n_L = N_{\text{eff}}^L \cdot \exp(-(E_L - E_F)/kT)$	Löcher in V	$n_V = N_{\text{eff}}^V \cdot \exp(-(E_F - E_V)/kT)$
negativ ionisierte Akzeptoren	$N_A^- = N_A \cdot f(E_A, E_F, T)$	positiv ionisierte Donatoren	$N_D^+ = N_D \cdot \{1 - f(E_D, E_F, T)\}$

- Alles was wir nun zu tun haben, ist Ladungsneutralität in der Form  $\Sigma$  neg. Ladungen =  $\Sigma$  pos. Ladungen aufzuschreiben, d.h. folgende Gleichung:

$$N_{\text{eff}}^L \cdot \exp(-(E_L - E_F)/kT) + N_A \cdot f(E_A, E_F, T) = N_{\text{eff}}^V \cdot \{1 - f(E_V, E_F, T)\} + N_D \cdot \exp(-(E_F - E_V)/kT)$$

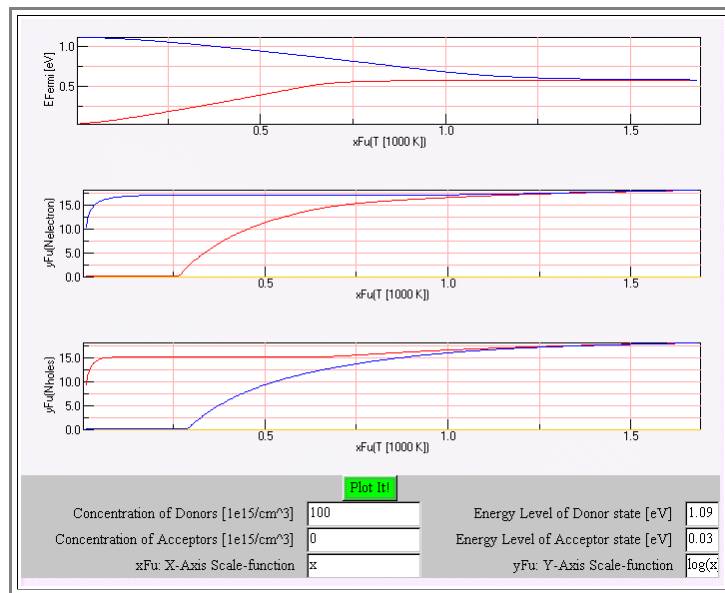
Voilà - **eine** Gleichung für die **eine** Unbekannte  $E_F$  - das hatten wir schon mal. Wir müssen nur nach  $E_F$  auflösen - fertig!

- Ob man diese Gleichung wohl **analytisch** lösen kann? Nun - vergiß es!

- Es geht nicht; und wir müssen nun zu Fallunterscheidungen und Näherungen Zuflucht nehmen - oder zum **PC**, den wir ja zur Betrachtung dieses Hyperskripts schon haben.

■ Denn die **numerische** Lösung der obigen Gleichung für beliebige Parameter ist kein großes Problem; wir können die Fermienergie jetzt also **immer** ausrechnen.

- Und wenn wir die Fermienergie haben, können wir sie benutzen um (ebenfalls numerisch) **alle** gewünschten Konzentrationen als Funktion **aller** vorgegebenen Parameter auszurechnen.
- Das tun wir mal - in einem **eigenen Modul** mit einem entsprechenden JAVA Applet, das die Numerik für uns übernimmt. Was man erhält sieht beispielsweise so aus:



● Gezeigt ist:

- Die **Fermienergie** als Funktion der Temperatur (obere Kurve)
  - Der log der **Konzentration von Elektronen** im Leitungsband als Funktion der Temperatur (mittlere Kurve).
  - Der log der **Konzentration von Löchern** im Valenzband als Funktion der Temperatur (untere Kurve)
- für eine Konzentration an Akzeptoren von  $10^{15} \text{ cm}^{-3}$  mit den roten Linien, und für eine Konzentration an Donatoren von  $10^{17} \text{ cm}^{-3}$  mit den blauen Linien.

■ Eigentlich ist damit alles gesagt. Da wir uns aber für **prinzipielle** Betrachtungen mit analytischen Formeln viel leichter tun als mit der Numerik, wird sich das nächste Unterkapitel mit einigen sehr nützlichen analytischen Formeln für die Ladungsträgerkonzentrationen beschäftigen.