

## 8.4 Zusammenfassungen zu Kapitel 8

### 8.4.1 Merkmale zu Kapitel 8: Leitfähigkeit und Bändermodell

Das *Ohmsche Gesetz* ist nur sinnvoll für *spezifische* Größen:

- $j = \text{Stromdichte}$
- $E = \text{Feldstärke}$
- Wesentliche Materialkonstante ist: *Leitfähigkeit*  $\sigma$  oder *spez. Widerstand*  $\rho$ .

$$j = \sigma \cdot E$$

$$\sigma = 1 / \rho$$

Typische Werte sind wichtig!

- Man muss mit den ca.  $1 \mu\Omega\text{cm}$  guter reiner Metalle (**Ag, Cu**) leben, man kann sie immer nur verschlechtern (Defekte, Legieren, ...), aber nie besser machen.

$$\rho \text{ (Metall)} \approx 1 \mu\Omega\text{cm}$$

$$\rho \text{ (Halbleiter)} \approx 1 \Omega\text{cm}$$

$$\rho \text{ (Isolator)} \approx 1 \text{G}\Omega\text{cm}$$

Elektrische Stromdichte ist ein *Netto*strom geladener Teilchen, gegeben durch Zahl der Ladungen=Teilchen, die pro Sekunde mit einer mittleren *Netto*geschwindigkeit  $v_D$  durch einen  $\text{cm}^2$  fließen.

- Das lässt sich immer so schreiben  $\Rightarrow$
- Die Driftgeschwindigkeit  $v_D$ , verursacht durch das elektrische Feld, ist aber extrem klein gegenüber der mittleren thermischen Geschwindigkeit  $v_{\text{therm}}$
- Für die Leitfähigkeit ergibt sich sofort  $\Rightarrow$
- Damit ist ein neuer, sehr wichtiger Materialparameter, die *Beweglichkeit*  $\mu$  definiert.
- Das Ohmsche Gesetz ist nun hergeleitet, in der "Materialform" schreibt es sich  $\Rightarrow$

$$j = q \cdot n \cdot v_D$$

$$\sigma := \frac{q \cdot n \cdot v_D}{E} = \text{constant}$$

$$\frac{v_D}{E} = \mu = \text{constant} \quad (\text{Beweglichkeit})$$

$$\sigma = q \cdot n \cdot \mu$$

Die Konzentrationen  $n_{\text{Met}}$  der Ladungsträger in Metallen  $n_{\text{Met}}$  und Isolatoren  $n_{\text{Iso}}$  sind von der Größenordnung her bekannt: Ungefähr Dichte Atome bzw um Null.

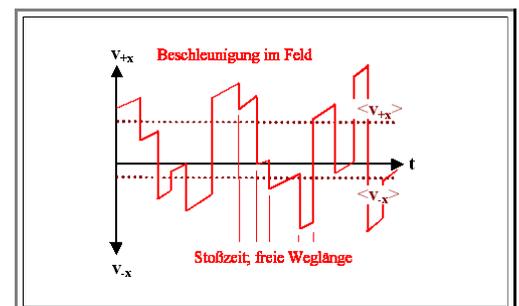
- Es bleibt, die Beweglichkeit  $\mu$  zu bestimmen
- Bei Halbleitern ist  $n_{\text{Halb}}$  noch nicht klar, hier brauchen wir  $n_{\text{Halb}}$  und  $\mu_{\text{Halb}}$ .

$$n_{\text{Met}} \approx \text{Atome}$$

$$n_{\text{Iso}} \approx 0$$

Eine relativ simple Betrachtung des Herumwuselns von Elektronen in Kristallen ergibt folgende Beziehungen:

- Stöße zwischen Elektronen und den den Hauptstoßpartner "Phononen"=Träger der thermischen Energie=anderes Wort für (quantisierte) Gitterschwingungen und Kristallgitterdefekten (Fremdatomen, Korngrenzen, Versetzungen, Ausscheidungen, ...) sorgen für eine im Mittel konstante Driftgeschwindigkeit.
- Charakteristische Parameter dazu sind die (mittlere) *Stoßzeit*  $\tau$  und die *mittlere freie Weglänge*  $l = v\tau$ .
- Die Beweglichkeit ist dann direkt gegeben (d.h. proportional) zu  $l = v\tau$  oder  $\tau$ . (Formel muss man nicht wissen).



Die Temperatur bestimmt *klassisch* sowohl  $v$  (über  $\frac{1}{2}mv^2=3/2 k_B T$ ) als auch (über Stöße mit "Phononen") zum Teil die Beweglichkeit.

- Für eine gegebene Elektronenkonzentration (z. B. typisches Metall) und eine gemessene Leitfähigkeit kann man damit alle Größen ausrechnen, aber  $\Rightarrow$
- Elektronen können *nicht* mit beliebigen Geschwindigkeiten=Energie=Zuständen existieren; sie können z. B. bei  $T=0\text{ K}$  nicht alle bewegungslos sein.
- Trotzdem behalten alle obigen Formeln *außer*  $\frac{1}{2}mv^2=3/2 k_B T$  auch in der nachfolgenden "richtigen" Betrachtung ihre Bedeutung – wir müssen nur die Geschwindigkeit richtig bestimmen.

Es kommt Unsinn raus!

Pauli-Prinzip!

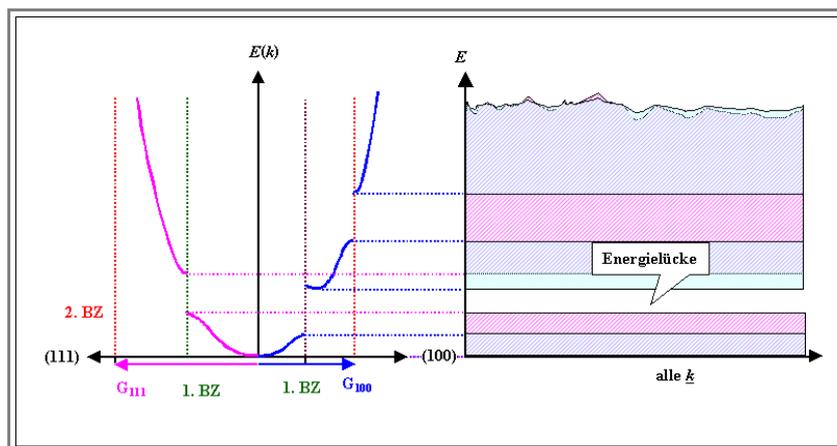
Der Gleichverteilungssatz gilt nicht für Fermionen!

Als Fermionen unterliegen die Elektronen der Fermiverteilung, und sie sind nicht völlig frei in der Wahl ihres Energiezustands, denn in einem kristallinen Festkörper sind sie quantenmechanisch als *Elektronenwellen* zu beschreiben.

- Aus der Fermiverteilung folgt eine fundamentale und weitreichende Eigenschaft der Elektronen:  $\Rightarrow$
- Aus der quantenmechanischen Beschreibung als Elektronenwellen resultiert eine *Bandstruktur  $E(\mathbf{k})$* , welche den Zusammenhang zwischen der Energie  $E$  eines Elektrons und seinem Wellenvektor  $\mathbf{k}$  angibt. Dabei kann es bestimmte Energiebereiche geben, zu denen kein einziger Wellenvektor paßt – wir haben es mit einer *Bandlücke* zu tun. Es gilt:  $\Rightarrow$
- Die Bandstruktur  $E(\mathbf{k})$  kann auf die *Zustandsdichte  $D(E)$*  umgerechnet werden; Näheres dazu weiter unten. Die Bandlücken sind die Energiebereiche, in denen die Zustandsdichte gleich null ist.
- Wegen der Kompliziertheit der vollständigen Bandstruktur geht man zu einer stark vereinfachten Darstellung der Energien von Kristallelektronen über: Es wird nur noch betrachtet, welche Energiewerte erlaubt und welche verboten sind – und das ganz und gar unabhängig von der Richtung im *reziproken Raum* der  $\mathbf{k}$ -Vektoren. Das Ergebnis ist dann ein *Banddiagramm* :

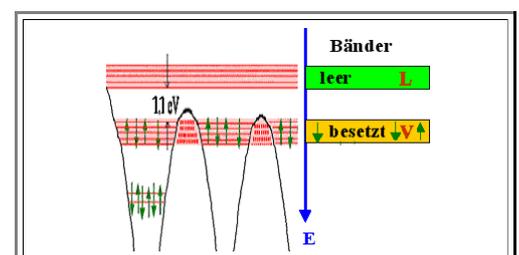
Nur Elektronen im Aufweichungsbereich der Fermiverteilung sind "handlungsfähig"!

Die Bandstruktur der Elektronen in einem Kristall bestimmt die elektronischen Eigenschaften!



Die allgemeinste Bandstruktur hat als bei großen Energien ein volles oder teilgefülltes *Valenzband  $V$* , getrennt durch eine *Energilücke  $E_G$*  vom (fast) leeren *Leitungsband  $L$*  (oder englisch *C*).

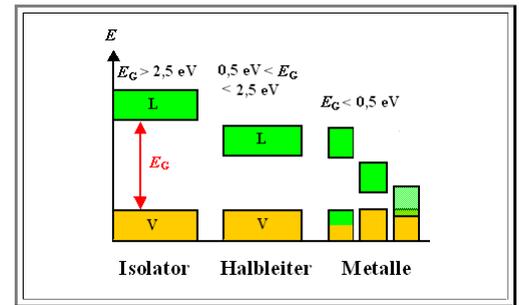
- Bänder oder Zustände unterhalb des Valenzbandes sind per definitionem immer voll besetzt und damit "tot" – nichts kann passieren.
- Bänder oder Zustände oberhalb des Leitungsbandes enthalten keine Elektronen und sind damit "tot" – nichts kann passieren
- Zwei Bänder genügen, mit der weiteren Abstraktion, daß  $E_G=0\text{ eV}$  erlaubt ist.



- Wo immer die Elektronen sich befinden – nur in der Aufweichungszone um die Fermienergie können sie "was tun".

Die Bandstruktur bestimmt zunächst die Leitfähigkeit. ⇒

- **Isolatoren:** Große Bandlücke ( $E_G \geq 2,5 \text{ eV}$ ). Valenzband komplett voll, Leitungsband komplett leer. Es gibt keine Ladungsträger, die "was tun" könnten.
- **Leiter:** (=Metalle). Bandlücke  $E_G \leq 0,5 \text{ eV}$ , insbesondere aber  $=0 \text{ eV}$ , oder Valenzband nicht voll gefüllt. Es gibt viele Elektronen an der "Fermikante", die beweglich sind (Bewegung=Zustand ändern=anderen Platz besetzen, der dazu frei sein muß).
- **Halbleiter:** Bandlücke  $0,5 \text{ eV} \leq E_G \leq 2,5 \text{ eV}$ . Bei endlicher Temperatur reicht die thermische Energie  $k_B T$ , um hinreichend viele Elektronen ins Leitungsband zu werfen. Im Valenzband bleiben bewegliche pos. geladenen **Löcher** zurück.



Zugehörige typische spezifische Widerstandswerte ⇒

- $\rho_{\text{Met}}$  ist nicht "einstellbar". Defekte oder Legierungen machen  $\rho$  immer nur größer.  $\rho_{\text{Ag}}$  ist bei RT durch nichts zu unterbieten. Großes Problem für ET&IT!
- $\rho_{\text{HL}}$  ist in weiten Grenzen (mindestens 4 Größenordnungen) einstellbar durch **Dotieren**.

$$\rho_{\text{Ag}} = 1,63 \cdot 10^{-6} \Omega\text{cm} = 1,63 \mu\Omega\text{cm}$$

$$\rho_{\text{HL}} \approx 1 \Omega\text{cm} (\approx 1000 - 0,001) \Omega\text{cm}$$

$$\rho_{\text{Iso}} \geq 10^9 \Omega\text{cm} = 1 \text{ G}\Omega\text{cm}$$