

8.3.3 Effektive Zustandsdichte und Boltzmann-Näherung

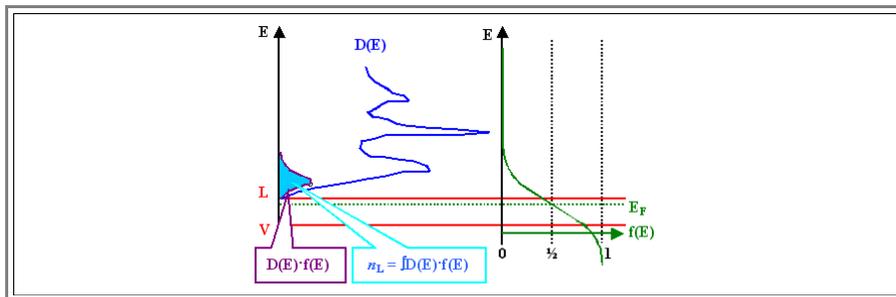
Die Grundformeln für die Ladungsträgerdichte

Wie groß ist die Dichte n_L der Elektronen im Leitungsband eines Halbleiter mit jetzt gegebener Zustandsdichte?

- Einfach:** Die Antwort auf eine Frage dieser Art ist *immer* dieselbe: (Volumen)dichte der Plätze ($N(E) = D(E) \cdot \Delta E$) *mal* Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron drauf sitzt (Fermiverteilung; $f(E; E_F, T)$) und dann aufsummieren (= integrieren). In Formeln also

$$n_L = \int_{E_L}^{\infty} D(E) \cdot f(E; E_F, T) \cdot dE$$

- Für Puristen: Wir dürfen bis ∞ integrieren, da die Fermiverteilung bei großen Energien sowieso alles auf null setzt. Das sieht man ganz gut in dem folgenden Bildchen:



- Für alle: Man tut gut daran, sich die Zeit zu nehmen, um dieses Bildchen gut zu durchdenken und wirklich gut zu verstehen – und zwar bezüglich seiner Aussage, wie n_L rechnerisch zustandekommt.

Wir machen uns das Leben einfach und benutzen zwei Näherungen:

- Die **Boltzmann-Näherung** $f(E; E_F, T) \approx \exp[-(E - E_F)/(k_B T)]$. Das ist eine gute Näherung, solange die Fermienergie einige $k_B T$ unter der betrachteten Energie E liegt.
- Die Näherung der **effektiven Zustandsdichte**. Das ist eine gute Näherung, solange die Fermienergie einige $k_B T$ unter der betrachteten Energie E liegt – s.o. Wir ersetzen das Integral dann durch die simple Formel:

$$n_L \approx N_{\text{eff}} \cdot \exp[-(E_L - E_F)/(k_B T)]$$

- Für die 2. Näherung benutzen wir schlicht die Tatsache, daß ein bestimmtes Integral letztlich eine **Zahl** ist, und die kann man unter den gegebenen Umständen auch wie gezeigt schreiben. Damit müssen wir jetzt als neuen (und einfacheren) Materialparameter die **effektiven Zustandsdichten** N_{eff} für die verschiedenen Halbleiter bestimmen – getrennt für Leitungs- und Valenzband; statt einer Kurve nur noch eine Zahl.
- Das tun wir durch Nachschauen in der Literatur. Hier sind die wichtigsten **effektiven Zustandsdichten**; für **Si** auch noch mit der (immer vorhandenen) Temperaturabhängigkeit:

Halbleiter	Effektive Zustandsdichte (in 10^{18} cm^{-3})	
	Leitungsband	Valenzband
Silizium (Si)	24	15
Germanium (Ge)	10	6
Galliumarsenid (GaAs)	0,5	7
Galliumnitrid (GaN)	0,5	3

T / K	100	200	300	500	1000
Silizium: $N_{\text{eff}}(T)$ (in 10^{18} cm^{-3})	4,59	13,0	23,9	51,3	145

- Wir nehmen zur Kenntnis, daß die effektiven Zustandsdichten im Leitungs- und Valenzband etwas verschieden sind, werden aber, um die Dinge einfach zu halten, diese Unterschiede in Zukunft ignorieren.

- Wir nehmen auch noch gerade so zur Kenntnis, daß man, je nachdem, wo man nachschaut, etwas verschiedene Zahlen findet. Ab und zu wird die Zustandsdichte auch noch mal mit verbesserten Methoden nachgemessen; wenn man es genau wissen will, kommt man also nicht darum herum, erst mal die neueste wissenschaftliche Literatur zu konsultieren.

Wir beschließen diesen Abschnitt mit den **drei** Grundformeln, die wir noch sehr oft brauchen werden:

Dichte n_e^L der mit Elektronen besetzten Plätze im Leitungsband

$$n_e^L = N_{\text{eff}} \cdot \exp\left(-\frac{E_L - E_F}{k_B T}\right)$$

Dichte n_h^V der Löcher, also der *nicht* besetzten Plätze im Valenzband

$$n_h^V = N_{\text{eff}} \cdot \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_B T}\right)$$

Massenwirkungsgesetz

$$n_e^L \cdot n_h^V = N_{\text{eff}}^2 \cdot \exp\left(-\frac{E_L - E_V}{k_B T}\right) = \text{const.}(T) = n_i^2(T)$$

$n_i(T)$: intrinsische Ladungsträgerdichte

- Bei einem intrinsischen Halbleiter liegt im thermodynamischen Gleichgewicht die intrinsische Ladungsträgerdichte vor, und zwar sowohl im Leitungs- wie im Valenzband:

$$n_h^V = n_i = n_e^L$$

- Das gibt uns Gelegenheit für eine schöne Übungsaufgabe:

Übungsaufgabe 8.3-2

Massenwirkungsgesetz

- Außerdem haben wir natürlich noch die schnellen Fragen:

Fragebogen

Schnelle Fragen zu 8.3.3