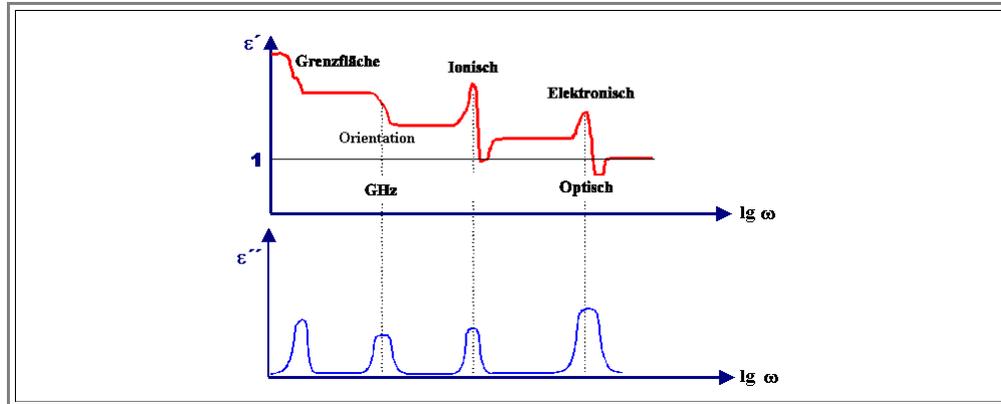


6.4.4 Gesamtschau

Die komplette dielektrische Funktion

Was hier kommt haben wir in Prinzip schon gehabt oder brauchen wir nicht zu wissen.

Die komplette dielektrische Funktion eines Dielektrikums ist eine Überlagerung aller beteiligten Mechanismen. Für ein fiktives Material, das alle Mechanismen in Reinkultur enthielte (und das es nicht mal annähernd gibt), sähe das so aus:



Das Bild zu zeigen hat einen gewissen Wert: Es ist seit undenklichen Zeiten in dieser Form in allen Standardlehrbüchern gedruckt.

Immer beachten, dass die Frequenz auf einer **log** Skala aufgetragen ist!

Kramers - Kronig Beziehungen

Was auffällt ist, dass Real- und Imaginärteil irgendwie korreliert zu sein scheinen. Das ist ja auch nicht überraschend, beide "codieren" ja das dielektrische Verhalten ein-und-desselben Materials.

In der Tat steckt die gesamte verfügbare Information schon in einer der beiden Kurven. Kennt man eine - den Real- oder Imaginärteil, das ist egal - kann man die andere ausrechnen.

Das ist eine allgemeine mathematische Eigenschaft komplexer Funktionen, die eine physikalische Realität beschreiben. Die Beziehung zwischen Real- und Imaginärteil heißt **Kramers- Kronig Beziehung**

Die Kramers-Kronig Beziehung sieht so aus

$$\epsilon'(\omega) = \frac{-2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\omega^* \cdot \epsilon''(\omega^*)}{\omega^{*2} - \omega^2} \cdot d\omega^*$$
$$\epsilon''(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\epsilon'(\omega^*)}{\omega^{*2} - \omega^2} \cdot d\omega^*$$

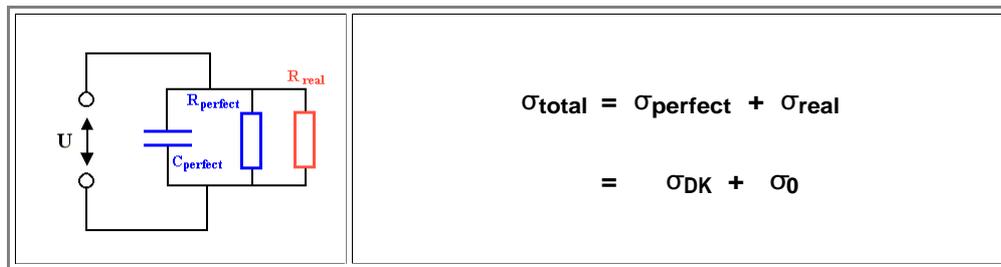
Es gibt halt nichts praktischeres als eine gute Theorie! Der Praktiker spart sich damit die Messung einer der beiden Kurven!

Nochmals Verluste im Dielektrikum

Wir hatten uns schon klar gemacht, dass die Wirkleistung, die das Dielektrikum aufwärmt, [durch die folgende Gleichung gegeben ist](#):

$$L_W = \omega \cdot \epsilon'' \cdot E^2$$

- L_W ist also direkt proportional zum Imaginärteil der dielektrischen Funktion. Und dabei ist es *egal*, woher der Imaginärteil kommt!
- Das bedeutet: Selbst "ideale" Dielektrika (= ideale Isolatoren) sind in bestimmten Frequenzbereichen verlustbehaftet. Kommt dazu außerdem noch ein nicht ideales Verhalten in Form einer gewissen **DC** Leitfähigkeit, haben wir jetzt folgendes Gesamtersatzschaltbild:



- R_{perfect} (besser σ_{perfect}) charakterisiert den Verlustwiderstand des idealen Dielektrikums, σ_{real} den nicht-idealen Teil
- Für parallel geschaltete Widerstände können wir die Leitfähigkeiten einfach addieren (mit den Widerständen addiert man die Kehrwerte). Da man in der Praxis nicht auseinanderhalten kann, welcher Teil ideal und welcher real ist, nimmt man einfach die Summe σ_{total} . Damit haben wir:

$$\epsilon'' = \frac{\sigma_{\text{total}}}{\omega}$$

Wir haben nirgendwo vorausgesetzt, dass σ_{real} klein sein muss; es kann eine x-beliebige Leitfähigkeit oder Widerstand sein.

Damit enthält die komplexe dielektrische Funktion jetzt das gesamte dielektrische Verhalten eines beliebigen Materials!

Zum Verständnis müssen wir aber noch die Mechanismen der Leitfähigkeit behandeln - in [Modul 9](#)

Jetzt noch ein paar schnelle Fragen:

[Fragebogen](#)

Schnelle Fragen zu 6.4.4