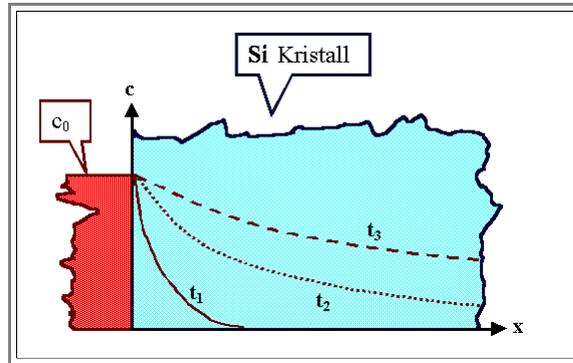


Übung 4.2-2

Anwendung des 2. Fickschen Gesetzes

- Wir betrachten ein eindimensionales Problem: Ein Stück **Si** hat bei $x = 0$ auf der Oberfläche eine konstante und unerschöpfliche Dichte n_∞ an Arsenatomen; im Inneren liege die konstante Dichte $n_0 \ll n_\infty$ vor.
 - Damit haben wir eine Rand- und Anfangsbedingung gegeben.
- Die Arsenatome (oder Phosphor-, Boratome) diffundieren im Laufe der Zeit ins Silizium; wir können vermuten, dass sich Konzentrationsprofile wie gezeichnet einstellen werden.



- Wer mag, liest erst mal nicht weiter, sondern schaut mal, wie weit sie bei der **Berechnung** der Diffusionsprofile kommt - das Problem ist zusammen mit dem 2. Fickschen Gesetz eindeutig gegeben und lösbar.

- Der Rest zeigt, dass der folgende Ausdruck die gesuchte Lösung ist:

$$n(x, t) = (n_\infty - n_0) \cdot \left(1 - \operatorname{erf} \left(\frac{x}{2(D \cdot t)^{1/2}} \right) \right) + n_0$$

- Der Ausdruck "**erf**" steht dabei für "**Errorfunction**" oder **Gaußsche Fehlerfunktion**; eine tabellierte Funktion mit folgender Definition:

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\pi^{1/2}} \cdot \int_0^x \exp(-x'^2) \cdot dx'$$

- Daß bei der Lösung der **Diffusionsgleichungen**, wie die Fickschen Gesetze auch genannt werden, typische Funktionen der Statistik auftreten, ist eigentlich für uns nicht überraschend, denn wir haben schließlich rein statistische Bewegungen der Teilchen als Grundprozeß.

- Dass die Differentialgleichungen der Fickschen Gesetze dann doch nicht so ganz einfach zu lösen sind - that's life!

- Hier noch ein paar nützliche Hinweise:

Hinweis I: $\frac{d}{dz} \left[\int_a^{g(z)} f(y) dy \right] = f(g(z)) \cdot g'(z)$

Hinweis II: $\int_0^{+\infty} \exp(-y^2) dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$

Hinweis III: $\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-y^2) dy$

