

Lösung zur Übung 2.3-2

1. Was für eine Wellenlänge λ hat ein Teilchen der Masse m , das mit der Geschwindigkeit v und damit dem Impuls $p = mv$ seines Weges zieht. Die einfache Gleichung dazu heißt auch **de Broglie Beziehung**

Der Impuls p einer Welle war $p = \hbar k = (h/2\pi) \cdot 2\pi/\lambda = h/\lambda := mv$.

● Damit gilt für die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

● Das ist die mit Recht berühmte [de Broglie Beziehung](#).

2. Wie groß ist die Wellenlänge für Elektronen- bzw. Protonenstrahlen mit Energien von **10 eV**, **10 keV** und **1 MeV**? Was könnte man erwarten wenn diese Wellen auf einen Kristall fallen? Hinweis: Was erwartet man für Lichtwellen mit $\lambda \approx 1 \mu\text{m}$ wenn sie auf periodische Strukturen mit sehr viel größerer, kleinerer, oder ungefähr passender "Gitterkonstante" fallen?

Da wir hier über rein kinetische Energie E_{kin} reden, gilt $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = eU$. U ist dabei die Beschleunigungsspannung, eU die gewonnene kinetische Energie nach durchlaufen der Spannung U .

● Daraus, und mit der obigen [de Broglie Beziehung](#) folgt sofort

$$\lambda = \frac{h}{(2m \cdot e \cdot U_e)^{1/2}}$$

● Ein paar repräsentative Zahlenwerte für Elektronenstrahlen sind:

U_e [V]	λ_e [nm]
10	0.388
1 000	0.0388
10 000	0.0123

● Die Wellenlängen bei Protonenstrahlen sind nach der Formel um $(m_p/m_e)^{1/2} \approx 43$ mal kleiner

● Was wird wohl passieren, wenn die Welle auf periodische Strukturen mit Gitterkonstante ungefähr Wellenlänge fallen: Kräftige Interferenz und Beugung!