

2.3.3 Zustände, Wellen, Energie und Impuls

In diesem Modul wiederholen wir ein paar Grundtatsachen über Wellen aus dem Blickwinkel der Wellenfunktion, fassen das soeben Gelernte noch mal zusammen und legen noch ein bißchen was drauf.

- Man muss nicht alles gleich komplett verstehen. Wichtig ist, sich zunehmend in die Terminologie und Denkweise einzuarbeiten.

Zustände und Zustandsänderungen

Mit dem Input "Potential" und der Schrödingergleichung als "Datenverarbeiter" erhalten wir als Output die möglichen Zustände des Systems, das wir berechnen; bisher war das immer *ein* Elektron.

- Ein* Zustand wird durch *eine* von typischerweise ∞ viel möglichen Wellenfunktionen *plus* einer zugehörigen Gesamtenergie definiert. Die Sortierung der ∞ vielen Lösungen erfolgt durch ein mehr oder minder umfangreiches System von Quantenzahlen.
 - Typischerweise tauchen in der Wellenfunktion Ausdrücke der Form $\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ auf. In der Reinform haben wir dann eine ebene Welle. Die Größe \mathbf{k} heißt **Wellenvektor**, sie enthält die folgenden Informationen:
 - Ausbreitungsrichtung der Welle (in \mathbf{k} -Richtung).
 - Die Wellenlänge $\lambda = 2\pi/|\mathbf{k}|$.
 - Den **Impuls** des durch diese Welle beschriebenen Elektrons; es gilt die De-Broglie-Beziehung $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$.
 - Die **Energie** $E(\mathbf{k})$ des durch diese Welle beschriebenen Elektrons; aus dem De-Broglie-Impuls folgt die (rein kinetische) Energie zu $E(\mathbf{k}) = (\hbar\mathbf{k})^2/(2m_e)$.
 - Alle Wellensorten können durch geeignete Überlagerungen von ebenen Wellen dargestellt werden. Die Bedeutung des Wellenvektors (oder dann der Wellenvektoren) bleibt erhalten, jedoch kann sich die **Energie-Impuls-Beziehung**, d. h. der funktionelle Zusammenhang $E(\mathbf{k})$ stark ändern.
- In der formalen Beschreibung eines Zustands taucht die **Zeit** nicht auf. Ein Elektron in einem Zustand *tut* so gesehen nichts, es existiert in zeitlich unveränderlicher Form; nichts passiert.
- Falls was *passieren* sollte, d.h. falls sich was ändern sollte, hat sich nicht der Zustand geändert, sondern das Elektron hat seinen Zustand *gewechselt*. Es wird jetzt durch eine andere Wellenfunktion beschrieben und hat, wenn sich wirklich was ändern soll, jetzt auch eine andere **Energie**.
 - Die interessanten Zustandsänderungen bedingen damit Energieaufnahme oder -abgabe, und das immer in **Quanten**, die zum Abstand der Energieniveaus passen.
- Der Energieerhaltungssatz erzwingt einen Partner für Zustandsänderungen. Die Energie muss von "jemand" kommen oder an "jemand" gehen. Die Auswahl an Partnern für die uns interessierenden, im Kristall herumlaufenden "freien Elektornen" ist aber begrenzt; wir haben nur:

- Atomkerne (aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt) + Elektronen = Atome oder Ionen = "der Kristall" für uns.
- Andere (freie) Elektronen.
- Photonen = "Lichtteilchen".

Das war's. In den drei Möglichkeiten steckt alles, was uns in dieser Vorlesung interessiert:

- Die Nummer **1** koppelt die Vibrationen der Kristallatome oder ihre thermische Energie an die freien Elektronen, die im Leiter und Halbleiter den Strom tragen. Hier kommt die Temperatur als wesentlicher Parameter ins Spiel.
- Die Nummer **2** ist trickreich. *Unser* Elektron muss die anderen Elektronen vermeiden wie die Pest – es gilt das Pauli-Prinzip. Das ist entscheidend für die Stromleitung und viele andere Materialeigenschaften.
- Hinter der Nummer **3** verbirgt sich die Solarzelle, die "light emitting diode" oder **LED**, der Halbleiter-Laser und so ziemlich alles, was entfernt mit Licht zu tun hat.

Deswegen müssen wir uns mit den Grundlagen der Quantentheorie beschäftigen. Man (und frau) kann moderne **ET&IT** sonst nicht mal ansatzweise verstehen.

Laufende ebene Wellen

Dieser Abschnitt gibt die Essenz dieses bereits mehrfach empfohlenen [Links](#) wieder.

In der Übungsaufgabe [2.3-1](#) haben wir für die Wellenfunktion eines Elektrons, multipliziert mit dem [Phasenfaktor](#) $\pm \exp(i\omega t)$, eine laufende ebene Welle bekommen, beschrieben durch

$$\psi(\underline{r}, t) = A \exp(i \underline{k} \cdot \underline{r}) \exp(\pm i \omega t) = A \exp[i (\underline{k} \cdot \underline{r} \pm \omega t)]$$

Je nach Vorzeichen \pm innerhalb des Phasenfaktors läuft die Welle nach links oder rechts (selbst überlegen, warum). Wir nehmen jetzt das Minuszeichen.

Wir nehmen das mal als typisch für Wellenfunktionen und schauen uns an, was das bedeutet. Falls wir erst mal nur den Realteil verwerten, erhalten wir

$$\text{Re } \psi(\underline{r}, t) = A \cos(\underline{k} \cdot \underline{r} - \omega t)$$

Es handelt sich um eine **laufende ebene Welle**, da sich die Phase ωt linear mit der Zeit ändert. Zu jedem Zeitpunkt t sieht man eine **Momentaufnahme** der Welle; etwas später, zum Zeitpunkt $t + \Delta t$, hat sich der Cosinus etwas "verschoben" – die Welle "läuft", wie weiter unten dargestellt.

Für den Imaginärteil gilt natürlich im Prinzip dasselbe; davon lernen wir nichts Neues.

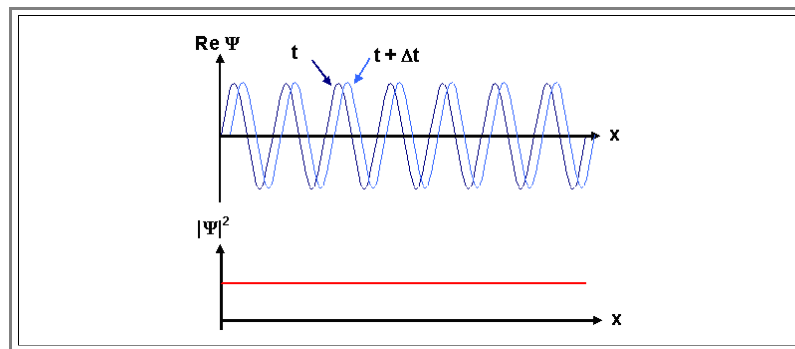
In der Quantenmechanik betrachten wir nicht nur den Realteil, denn die Wellenfunktion ist eine *intrinsisch* komplexe Funktion, d.h. nicht nur aus Gründen der Schreibökonomie.

Physikalische Bedeutung hat aber (für uns) nur das **Betragsquadrat der Wellenfunktion**, $|\psi|^2 = \psi \psi^*$; und das ist eine *reelle* Funktion oder Zahl. Wir erhalten:

$$\psi \psi^* = A A^*$$

Das **Betragsquadrat dieser Wellenfunktion** ist also eine Konstante, \underline{r} und t "fliegen raus". Deswegen kann man den Phasenfaktor getrost [immer gleich weglassen](#).

Damit ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im betrachteten Raum überall gleich. Unten ist die Wellenfunktion für zwei verschiedene Zeiten und die [Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte](#) $|\psi|^2$ dargestellt.



Stehende Wellen

Wer die Übungsaufgabe [2.3-1](#) auch für **feste Randbedingungen** (richtig) gerechnet hat, wird als Lösung der Schrödingergleichung *stehende Wellen* bekommen haben.

Stehende Wellen erhält man immer, indem man zwei in entgegengesetzte Richtungen laufende Wellen überlagert. Die Formel dazu sieht so aus:

$$\psi(\underline{r}, t) = \exp(+i \underline{k} \cdot \underline{r}) \exp(i\omega t) \pm \exp(-i \underline{k} \cdot \underline{r}) \exp(i\omega t)$$

Wie man die Überlagerung macht, ist egal – daher das " \pm "-Zeichen.

Betrachten wir den Fall mit der **additiven** Überlagerung der beiden Wellen, so ergibt sich

$$\psi(\underline{r}, t) = 2 \cos(\underline{k} \cdot \underline{r}) \exp(i\omega t)$$

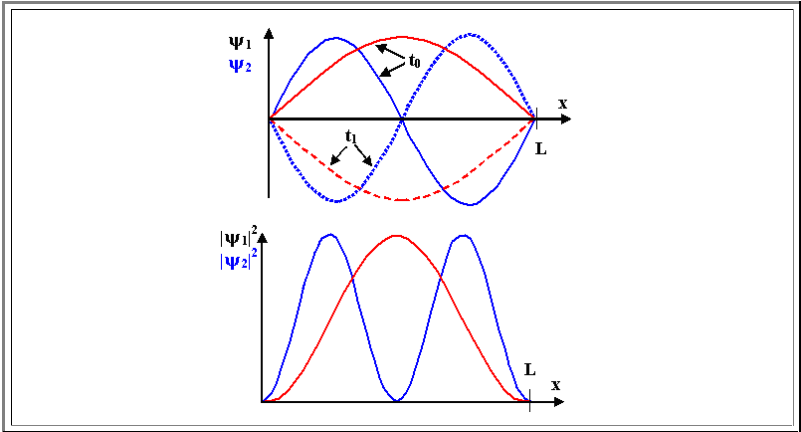
- Der Realteil dieser Funktion zeigt wiederum die Eigenschaften dieser Welle:

$$\text{Re } \psi(\underline{r}, t) = 2 \cos(\underline{k} \cdot \underline{r}) \cos(\omega t)$$

- Das **Betragsquadrat der Wellenfunktion**, also die quantenmechanische Aufenthaltswahrscheinlichkeit(sdichte) von z. B. einem Elektron, ist nun nicht mehr konstant im Raum, sondern gegeben durch

$$|\psi|^2 = 4 \cos^2(\underline{k} \cdot \underline{r})$$

- Und das sieht für zwei stehende Wellen ψ_1 und ψ_2 , mit Frequenzen ν_1 und $\nu_2 = 2\nu_1$ (oder $\mathbf{k}_2 = 2\mathbf{k}_1$), so aus (die rote Kurve ist ψ_1):



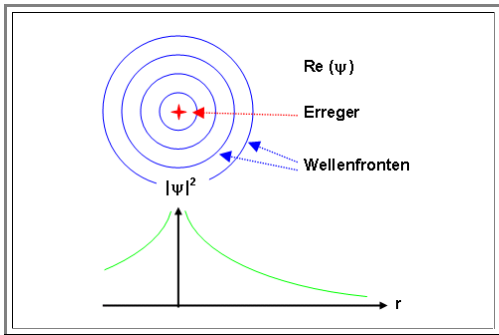
- Die Wahrscheinlichkeitsdichte hat jetzt Maxima und Minima, an denen sie = 0 ist.

Kugelwellen

- Kugelwellen sind Wellen, die sich von einem Punkt aus in alle Richtungen gleichförmig ausbreiten. Zweidimensional kennt das jede und jeder, die/der schon mal einen Stein ins Wasser geworfen hat.
 - In der Welt der Physik/Materialwissenschaft treten Kugelwellen aber auch auf, wenn man z.B. Licht (oder Elektronenwellen oder Phononen [= Gitterschwingungen] oder ...) an einem "punkt"förmigen **Streuzentrum** (ein Atom, ein anderes Elementarteilchen, eine Ausscheidung ...) – nun ja, halt **streut**.
 - Jedes denkbare Streuzentrum ist hinreichend punktförmig, sobald es viel kleiner ist als die Wellenlänge der Welle, die gestreut wird.
- Die gestreute Welle wird im Nahfeld, d.h. in der Nähe des Streuzentrums, beschrieben durch

$$\psi(|\underline{r}|, t) = \frac{1}{|\underline{r}|} \exp [i (|\underline{k}| |\underline{r}| + \omega t)]$$

- Und das sieht so aus:



Elektron als Wellenpaket

Wie beschreibt man nun ein *einzelnes* Elektron, Proton, Neutron (oder, falls wir gleich verallgemeinern: ein Atom, viele Atome; Herrn Schröder, das Universum), das wir nicht als Lösung der Schrödingergleichung bekommen, sondern von dem wir einfach *wissen*, daß es sich *irgendwo* (d.h. an einem halbwegs definierten Ort) befindet und das keinesfalls überall gleichzeitig sein kann. Außerdem wird es evtl. auch noch mit einem halbwegs definierten *Impuls* herumlaufen.

- Eine unendlich ausgedehnte ebene Welle mit überall konstanter Aufenthaltswahrscheinlichkeit kann das einfach nicht leisten.

Wir beschreiben das so, dass wir den Ebene-Welle-Term $\exp(i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})$ beibehalten, aber das Teilchen trotzdem halbwegs lokalisieren.

- Wir betrachten jetzt also ein Elektron, das aus irgendwelchen Gründen nicht mehr gleichmäßig über den ganzen Raum verschmiert ist, sondern in einem mehr oder weniger präzise definierten Raumbereich *lokalisiert* ist.

- Es hat dann keinen *reinen* Wellencharakter mehr, sondern es verhält sich auch wie ein Teilchen, da es nur in einem bestimmten Raumbereich eine endliche Aufenthaltswahrscheinlichkeit hat.

Rein mathematisch beschreiben wir das mit einem *Wellenpaket*, das wir durch eine Überlagerung von ∞ vielen Wellen erhalten.

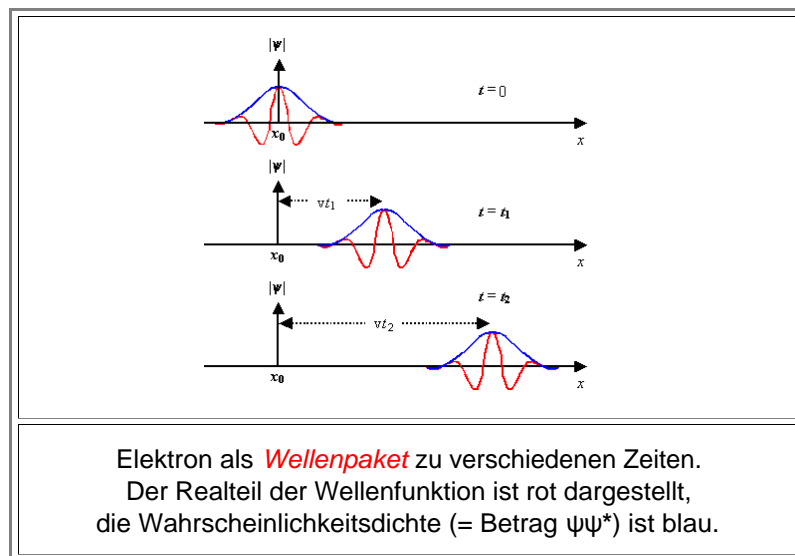
- Dazu nehmen wir Wellenvektoren mit verschiedenen Amplituden; d.h. $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{k})$ aus einem Intervall $[\mathbf{k} - \Delta\mathbf{k}/2, \mathbf{k} + \Delta\mathbf{k}/2]$

- Die ∞ vielen Wellen werden aufaddiert oder integriert; wir erhalten

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \int_{\mathbf{k} - \Delta\mathbf{k}/2}^{\mathbf{k} + \Delta\mathbf{k}/2} \mathbf{A}(\mathbf{k}') \exp[i(\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r} + \omega t)] d\mathbf{k}'$$

- Jetzt darf es im Kopf klingeln: Das sieht nicht nur wie eine *Fouriertransformierte* aus, sondern das ist die Fouriertransformierte des "Spektrums", der Verteilung der Amplituden auf die \mathbf{k} -Werte (und damit auch auf die Frequenzwerte). Wer nun die Fouriertransformation (noch) nicht kennt, hat allerdings keinen Nachteil davon, daß es bei ihm nicht klingelt.

Was dabei rauskommt, sieht etwa so aus:



Kann man das einfach verstehen? Ja - wir brauchen nur einen Haufen Cosinüsse mit verschiedenen Wellenlängen zu nehmen, die wir so überlagern, daß bei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ alle den Wert 1 haben.

- Die Überlagerung produziert dann bei $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ einen ziemlich großen Wert, aber etwas entfernt davon gibt es nur noch ein wildes Gewusel aller möglichen Werte, die sich gegenseitig aufheben.

- Etwas vornehmer (und möglicherweise für Zweitsemester unverständlich) ausgedrückt: Die Fouriertransformierte einer Deltafunktion enthält alle Frequenzen von 0 bis ∞ mit gleicher Amplitude. Engen wir den Frequenzraum ein (indem wir z.B. die Amplitude mit wachsendem Abstand von einer Grundfrequenz auf 0 fahren), ergibt sich ein Wellenpaket.

Das Wellenpaket beruht also darauf, daß ein Bereich von Wellenvektoren mit einer "spektralen Breite" von $\Delta\mathbf{k}$ beiträgt. Im Ortsraum hat das Wellenpaket eine laterale Ausdehnung von $\Delta\mathbf{x}$.

- Im Sinne der Quantenmechanik handelt es sich dabei um die Unschärfen der jeweiligen Größen. Bemerkenswerterweise liefert die Theorie der Fouriertransformation, daß das Produkt dieser Unschärfen bei einem sog. [Gaußschen Wellenpaket](#) konstant ist. Diese Tatsache kann physikalisch sofort verstanden werden: Mit Δk ist die Impulsunschärfe $\Delta p = \hbar \Delta k$ verbunden, und nach der [Unschärferelation](#) ist das Elektron daher auf einen endlichen Raumbereich Δx beschränkt.
- Dies steht im Gegensatz zum Elektron als laufende Welle, das im gesamten Raum verteilt ist – denn mit $\Delta k \rightarrow 0$ ist $\Delta x \rightarrow \infty$ verbunden.

Was können Wellen, was Teilchen nicht können?

■ In der klassischen Physik gibt es nicht nur Teilchen, es gab immer auch schon Wellen – z. B. elektromagnetische Wellen, Wellen in Wasser und akustische Wellen.

- In der Tat: Bläst man in eine **Orgelpfeife** oder Flöte der Länge L , regt man eine **stehende Welle** im Druck p der folgenden Form an:

$$p(x, t) = p_0 \exp(+i k x) \exp(i \omega t) \pm \exp(-i k x) \exp(i \omega t)$$

$$k = 2 \pi n / L \text{ oder } n \lambda = L$$

$$n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

- In anderen Worten: In der Orgelpfeife (oder auf der Violine) können nur Wellen "leben", deren Wellenlängen λ exakt in die Länge L der Pfeife (bzw. der Saite) passen.
- Bläst man in ein kugelförmiges Musikinstrument (z. B. eine **Okarina**), regt man ... – genau! Man regt nahe Verwandte der [Kugelflächenfunktionen](#) des Wasserstoffatoms an! Deshalb war die Mathematik des Wasserstoffatoms schon vor seiner "[Erfindung](#)" bekannt!
- Was also ist neu? Nun – alles! Teilchen können jetzt einiges, was sie klassisch niemals könnten:
 - Sie können interferieren, d. h. sich gegenseitig verstärken oder auslöschen – auch mit sich selbst!
 - Sie können an periodischen Strukturen gebeugt werden.
 - Sie werden von Hindernissen beeinflusst, die sie auf ihrer Flugbahn gar nicht tangieren.
 - Sie können durch massive Wände einfache "tunneln".
 - Sie können "überall" gleichzeitig sein (wo genau "ist" denn eine Welle?).
 - Sie können auf Randbedingungen wie "Flötenlänge" reagieren und nur noch diskrete Zustände einnehmen.

■ Eine Frage müßte sich aufdrängen: Was für eine Wellenlänge hat denn ein Teilchen (wie z. B. ein Elektron)? Das kann man mit dem schon Gelernten selbst herausfinden!

Übungsaufgabe

Aufgabe 2.3-2

■ OK – gehen wir mal ganz kurz durch die obige Liste. Und was folgt, sind nicht Spekulationen, sondern durch zahllose Experimente bis ins Kleinste bestätigte Fakten.

■ Interferenz von Teilchen

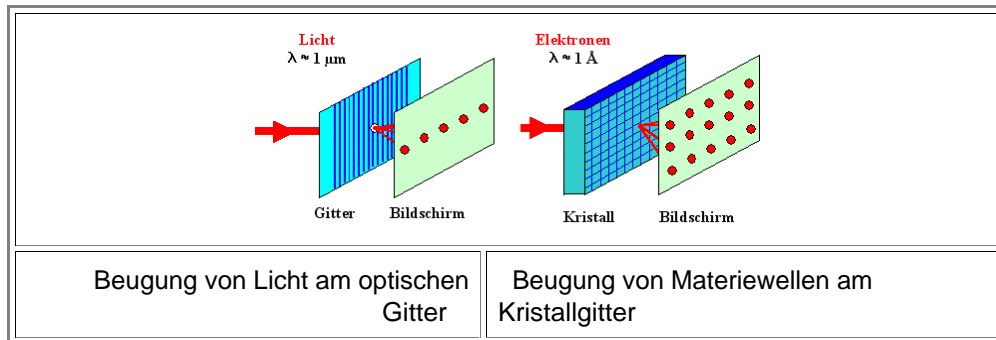
- Teilchen *als Teilchen* laufen mit konstantem v gegen eine Wand mit zwei schmalen Schlitzen. Entweder laufen sie durch die Schlitze, oder sie werden reflektiert. Hinter der Wand findet man Teilchen nur exakt hinter den Schlitzen (mit "Wahrscheinlichkeit" $w = 1$) und sonst nirgendwo (d. h. mit "Wahrscheinlichkeit" $w = 0$).

Doppelschlitzexperiment	
Was ein Teilchen macht	Was eine Welle macht

- Teilchen *als (ebene) Welle* (oder wer's lieber hat: als Wellenpakete) laufen mit konstantem k gegen eine Wand mit zwei schmalen Schlitzen. Jedes Teilchen läuft gleichzeitig durch beide Schlitze und *interferiert mit sich selbst*. Die Wahrscheinlichkeit, das Teilchen hinter der geschlitzten Wand zu finden, sieht aus wie ein typisches Interferenzmuster, denn es ist ein Interferenzmuster.

Beugung an periodischen Strukturen

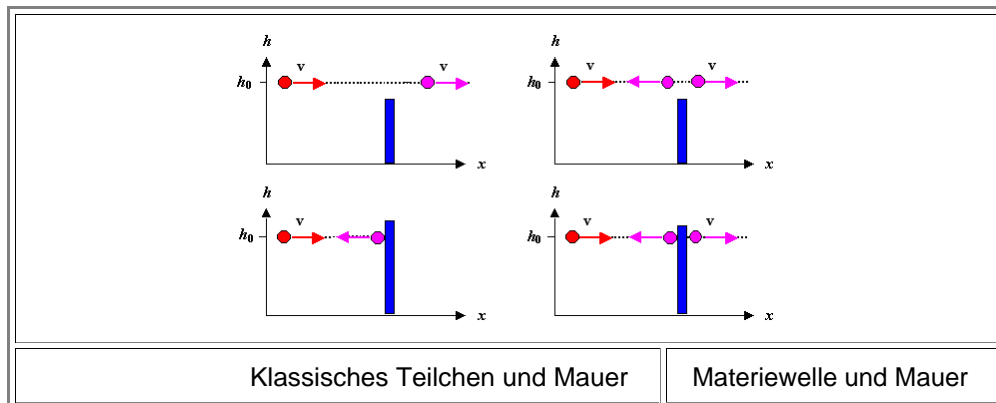
- Ein optisches Gitter ist eine periodische Struktur; Licht wird daran *gebeugt*, falls die **Gitterkonstante** und die Wellenlänge ähnliche Größenordnungen haben – d. h. beide im μm -Bereich liegen.
- Ein Kristall ist eine periodische Struktur mit einer Gitterkonstante im Omgström-Bereich ($1 \text{ \AA} = 0.1 \text{ nm}$). **Materiewellen** werden daran gebeugt, falls ihre Wellenlänge ebenfalls in diesem Bereich liegt – was sie für Elektronen tut, wie wir wissen, falls wir [Aufgabe 2.3-2](#) gemacht haben.



- Was für die Elektrotechnik der Oszillograph, ist für die Materialwissenschaft die Beugung von "Teilchenwellen" oder Materiewellen am Kristall. Wir werden das später brauchen und ausführlicher besprechen.

Eigentlich nicht vorhandene Hindernisse und der Tunneleffekt

- Kommt ein Teilchen geflogen, auf der Höhe h_0 , mit der konstanten Geschwindigkeit v . Dann ist da noch eine knallharte Mauer mit der Höhe $h < h_0$ (Bilder oben) oder $h > h_0$ (Bilder unten). Schau' mer mal, was klassischen Teilchen und Teilchenwellen dabei so passiert.



- Was ein klassisches Teilchen macht, ist völlig klar: Es fliegt entweder über die Mauer und nimmt sie dann überhaupt nicht wahr, oder es knallt dagegen und wird reflektiert. Eine Materiewellen dagegen macht sehr merkwürdige Dinge:
 - Es nimmt die Mauer auch dann wahr, wenn es problemlos drüberfliegen könnte. Ein Teil der Welle wird reflektiert, der Rest fliegt weiter.
 - Falls es tief genug fliegt, um gegen die Mauer zu knallen, wird es zwar reflektiert, aber nur zum Teil, der Rest "tunnelt" durch die Mauer und fliegt auf der anderen Seite weiter. Wir haben den **Tunneleffekt**.
- Wie darf man das verstehen? Schlicht und ergreifend so, dass die Betragsquadrate der Wellenfunktionen für die Zustände "Reflektiert, obwohl es drüber paßt" (ψ_r, \mathbf{d}) und "Durchgetunnelt, obwohl es knallt" (ψ_d, \mathbf{k}) nicht null sind. Es besteht eine endliche Wahrscheinlichkeit dafür, das (ganze) Teilchen mit v oder $-v$ rechts oder links der Mauer zu finden. Wie groß diese Wahrscheinlichkeiten sind (d. h. die Zahlenwerte von $|\psi_r, \mathbf{d}|^2$ und $|\psi_d, \mathbf{k}|^2$), hängt von der Höhe und (vor allem) der Dicke der Mauer ab (sowie von der Masse des Teilchens!).
- Der Tunneleffekt scheint ziemlich exotisch zu sein. Der Schein trügt! Er kommt in jedem modernen Mikroelektronik-Chip und in vielen anderen ET-Produkten sehr stark zum Tragen!

Wellen können überall gleichzeitig sein

- Ein klassisches Teilchen ist entweder hier oder dort – mit hoher Präzision. Von hier nach dort kommt es durch eine entsprechende Bewegung; dazu braucht es eine Zeit Δt , die man ausrechnen kann – und die nicht beliebig klein sein kann, sagt A. Einstein.

- Wo ist denn eine *ebene* Welle $\psi_0 \sim \exp(i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$ gerade? Oder Δt später? Wie wir in [Übung 2.3-1](#) (hoffentlich) ausgerechnet haben, ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit $\psi_0 \psi_0^* = |\psi_0|^2$ für das zugehörige Teilchen überall konstant.
- Was bedeutet konkret eine Aussage wie "die Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist überall konstant und = 0,1"? Wenn ich eine Messung an einem definierten Ort mache, finde ich ja keine Zehntelteilchen, sondern mein Messinstrument sagt mir eindeutig, "das Teilchen war zum Zeitpunkt t_0 der Messung bei (x_0, y_0, z_0) entweder komplett da oder komplett nicht da". So ist das auch – der Detektor registriert entweder ein komplettes Teilchen oder gar keines. Wenn ich für unser Beispiel **1000**mal messe, wird es etwa **100**mal da sein und **900**mal nicht. Genau wie auch sonst in der Stochastik: Ein Würfel gibt jede Zahl auf seinen Seitenflächen mit der gleicher Wahrscheinlichkeit **1/6**, aber bei jedem Wurf eben nur *eine* einzige wohldefinierte Zahl.
- Wie ist das bei anderen Wellen? Exakt so wie bei "gezinkten" Würfeln. Die Wahrscheinlichkeiten sind nicht mehr überall gleich, sondern wir haben jetzt eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit $|\psi_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, t)|^2$, die eine Funktion des Ortes und vielleicht auch der Zeit ist.
- Man könnte sich natürlich ein Wellenpaket nach [obigem Vorbild](#) auch so konstruieren, dass nur ein scharfer Peak vorhanden ist (mit minimalen "Unterschwingern"). Dann weiß man ziemlich genau, wo sich das Teilchen befindet; man hat es bis auf ein kleines $\Delta \mathbf{x}$ lokalisiert. Aber je schärfer definiert, desto mehr Wellen mit $\exp(i \mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x})$ mit verschiedenen \mathbf{k}_n muss ich überlagern (für eine sog. δ -Funktion ∞ viele). Das heißt, bei einem solchen scharfen Wellenpaket weiß ich leider fast nichts mehr über seinen Wellenvektor \mathbf{k} und damit über den Impuls $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$. Er ist bestenfalls noch bis auf ein $\Delta \mathbf{k}$ bestimmbar. Rechnet man das durch, erhält man $\Delta \mathbf{x} \cdot \Delta \mathbf{k} > h$ als grundsätzliche Eigenschaft *aller* Wellen – und das sollte uns [bekannt vorkommen!](#)

Wellen können auf Randbedingungen wie "Flötenlänge" reagieren und dann nur noch *diskrete* Zustände einnehmen

- Das ist eine gute Nachricht! Die Quantisierung kommt in der Regel durch die Randbedingungen zustande (siehe [Übung 2.3-1](#)). Ein akustisches Musikinstrument (eine Orgelpfeife, eine Violine, eine Tuba, ...) kann halt nicht alle Töne hervorbringen – sondern nur die, die geometriebedingt passen.
- Richtig zu bemerken ist das aber nur in Bereichen, in denen Wellenlänge und Geometrie die gleiche Größenordnung haben. In das "Instrument Hörsaal" passen jede Menge Wellen mit nahezu beliebigen Wellenlängen, die sehr viel kleiner sind als die Ausdehnung des Raums; von der Quantisierung merkt man dann nichts mehr. Lärm mit beliebigen Frequenzen ist möglich. In anderen Worten: In der halbwegs makroskopischen Welt wird man von der Quantisierung bei Teilchenwellen mit sehr kleiner Wellenlänge (Aufgabe [2.3-2](#)) nicht mehr viel merken – es gilt die klassische Physik als sehr gute Näherung!
- An dieser Stelle sieht man, warum die Quantentheorie (fälschlicherweise) als Theorie "nur" für das sehr Kleine gesehen wurde (und wird): Die Quantisierung ist bei Randbedingungen für "große" Systeme nicht mehr wahrnehmbar. Sie ist aber trotzdem da, und sie definiert die Zustände, auch wenn die Parameter wie Energie usw. unmessbar dicht nebeneinander sitzen.

Stay cool, (wo)man!

Man kann jetzt leicht zum Schluss kommen:

1. Die Quantentheorie kann man nicht verstehen, sondern allenfalls in Form vom Mathematik nachvollziehen und ausrechnen.
2. Die einschlägige Mathematik ist grundsätzlich aufwendiger als bei der klassischen Physik.

● Ja, schon – aber ...

1. ... das "Verstehen" dauert ja immer ein Weilchen, wenn man mit etwas völlig Neuem konfrontiert wird.
2. ... wir können die aufwendige Mathematik (Hilbertraum, Eigenwertprobleme, Operatoralgebra, ...) weitgehend vermeiden.
3. ... es gibt eine Vereinfachung derart, dass man die altbekannten klassischen Formeln und Begriffe (sowie die "Denke") weiter benutzen darf, vorausgesetzt man hat den einen oder anderen Parameter geeignet umdefiniert.

● Punkt 3 beschreibt, was wir hier weitgehend tun werden.

Also: Kein Grund zur Panik. Wer z. B. den [klassischen, angetriebenen, harmonische Oszillator mit Reibung](#) beherrscht, braucht keine Angst vor dem zu haben, was kommt! Wir werden ihn *nicht* quantenmechanisch angehen!