

6.2.2 Ströme im pn-Übergang im Gleichgewicht

Die Herkunft der Teilströme

Im vorhergehenden Unterkapitel haben wir betont, daß über einen **pn-Übergang** ständig Ströme fließen, und daß wir in der Außenwelt davon nur nichts merken, weil sie sich gegenseitig aufheben.

Wir haben auch festgehalten, daß es genauso naiv (um nicht zu sagen falsch wäre) zu behaupten, daß dann eben **keine** Ströme fließen, wie es falsch ist zu behaupten, daß bei unverändertem Kontostand keine Einzahlungen und Abhebungen erfolgt sind.

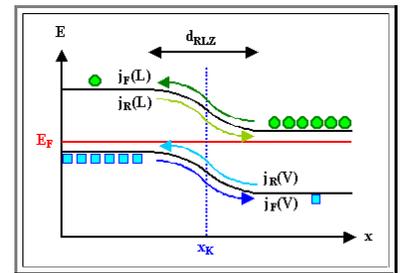
Wir müssen uns also die diversen Ströme etwas genauer anschauen. Dazu betrachten wir nochmal das zuständige Banddiagramm, und geben dann den diversen Teilströmen erstmal Namen.

Betrachten wir erstmal die Elektronen im Leitungsband. Rechts ist das **n**-Gebiet, und wir haben einen $j_F(L)$ genannten Elektronenstrom eingezeichnet, der energetisch bergauf fließt.

Das ist der durch den Konzentrationsgradienten der Elektronen getriebene Strom, wir nennen ihn deshalb gerne auch **Diffusionsstrom**. Die "**bergauf**" **Situation** ergibt sich, weil er "gegen" das elektrische Feld in der **RLZ** des **pn-Übergangs** fließen muß.

Die diesen Strom tragenden Elektronen finden sich nach ihrer bergauf Wanderung als Minoritätsladungsträger im **p**-Gebiet wieder, wo sie noch eine Weile herumwandern (für im Mittel τ Sekunden, um genau zu sein) und dabei (im Mittel) eine Diffusionslänge **L** weit kommen. Letztlich verschwinden sie durch Rekombination, deswegen nennt man den Diffusionsstrom auch gerne **Rekombinationsstrom**. Das ist aber nur ein anderer Name für dieselbe Sache.

In Kürze sind wir ein bißchen schlauer und wissen, daß dieser Strom der wesentliche Anteil an dem **Vorwärtsstrom** einer aus einem **pn-Übergang** gefertigten **Diode** ist. Deswegen nennt man ihn auch **Vorwärtsstrom** (engl. *forward current*).



Welche Bezeichnung man benutzt ist reine **Geschmackssache**. Unser Geschmack tendiert zum "**Vorwärtsstrom**", abgekürzt $j_F(L)$, und diese Bezeichnung werden wir von nun an beibehalten.

Das "**L**" deutet an, daß wir über den aus dem **Leitungsband** kommenden Vorwärtsstrom reden, d.h. einen Elektronenstrom.

Für die Löcher gilt exakt dieselbe Überlegung; man darf nur nicht vergessen, daß für Löcher die **bergab** Bewegung die energetisch schwierigere ist - sie wollen immer **nach oben**!

Den Löcher **Diffusions- Rekombinations** oder **Vorwärtsstrom** kürzen wir mit $j_F(V)$ ab, damit ist klar, daß er aus dem Valenzband stammt.

Den in die jeweils entgegengesetzte Richtung fließenden Strom im Leitungs- und Valenzband haben wir bisher nicht groß beachtet. Das wird sich gleich ändern, aber vorher wollen wir ihn benennen.

Die wenigen Elektronen und Löcher, die von der **p**- oder **n**-Seite ins **n**- bzw. **p**-Gebiet fließen, werden von dem elektrischen Feld in der **RLZ** nicht behindert, sondern im Gegenteil beschleunigt - sie fließen energetisch bergab bzw. bergauf. Deswegen heißt dieser Strom auch **Feldstrom**.

Vergleichen wir die Situation mit der Bewegung von "Elektronenschwärmen" im elektrischen Feld, dann erkennen wir (hoffentlich), daß das elektrische Feld des **pn-Übergangs** den hier betrachteten Ladungsträgern, die ansonsten nur planlos durch den Gegend ziehen, eine **Driftgeschwindigkeit** verleiht - deswegen nennt man diesen Strom auch **Driftstrom**.

Die Ladungsträger, die uns den **Feld-** oder **Driftstrom** liefern, sind in ihrer jeweiligen Ursprungsheimat die **Minoritätsladungsträger**. Da wir Gleichgewicht haben, müssen alle, die auf ihrer (Zufalls) Wanderung an den Rand der **RLZ** kommen, und dann unweigerlich den Berg hinunterfallen (bzw., falls es Löcher sind: hinauffallen), ersetzt werden. Das kann nur durch (thermische) Generation im Ursprungsgebiet erfolgen. Deswegen nennen wir diesen Strom auch gerne **Generationsstrom**.

Schließlich, falls wir konsequent sind, muß unser **Feld-, Drift- oder Generationsstrom** wohl auch der **Rückwärtsstrom** sein (engl. "*reverse current*"), schließlich brauchen wir einen Gegenpart zu dem **Vorwärtsstrom**, den wir **bereits eingeführt** haben.

Welche Bezeichnung man benutzt ist immer noch reine **Geschmackssache**. Unser Geschmack tendiert unbeeirrbar zum "**Rückwärtsstrom**", abgekürzt $j_R(L)$ oder $j_R(V)$, je nachdem ob wir das Leitungs- oder Valenzband betrachten; und diese Bezeichnung werden wir von nun an beibehalten.

Die Eine oder der Andere bekommt jetzt vielleicht etwas **Teilchensortierungsbauchweh**.

- Da behaupten wir gerade eben, daß uns durch den Rückwärtsstrom Minoritäten **abhanden** kommen, die wir per Generation ersetzen müssen - aber ein paar Zeilen **weiter oben** haben wir festgestellt, daß wir **zuviel** Minoritäten haben, weil der Vorwärtsstrom ständig welche liefert? Wat denn nu?
- Das ist keine Trivialfrage. Wir transmutieren sie mal in ein bekannteres Terrain: Verringern ständige Abhebungen nun den Kontostand, oder tun sie es nicht, falls völlig unabhängig auch Einzahlungen erfolgen?
- In der richtigen Wissenschaft muß man sehr sorgfältig darauf achten, die Dinge nicht mehrfach zu mischen. In der Systematik getrennter Vorwärts- und Rückwärtsstrombetrachtungen, wird nur **einmal** gemischt, nämlich dann, wenn wir die vier Teilströme (vorzeichenrichtig) addieren. Ansonsten aber müssen wir aber bei Betrachtung **eines** Teilstroms die anderen immer vergessen, sonst wird doppelt gemoppelt.
- Selbstverständlich fließen nicht vier säuberlich getrennte Teilströme, sondern Elektronen wandern in **dem** Kristall herum (es gibt nur einen; die Kristallatome wissen nicht ob sie zur **p-** oder **n-**Seite gehören). Und was sie individuell als Funktion ihrer Position und der dort herrschenden Bedingungen machen, mittelt und addiert sich statistisch zu **Strömen** (die ja immer Mittelwerte über viele Ladungsträger, Zeit und Raum sind). Einen klar definierten Teil der wandernden Elektronen haben wir schon abstrahiert und durch Löcher ersetzt; jetzt machen wir eine weitere Abstraktionen und ordnen definierte Teile der Elektronen jeweils einer Stromsorte zu.
- ▶ Die Trennung in Teilströme ist letztlich nur ein **buchhalterischer Trick**, man könnte es auch anders machen; die Freiheit hat man. Was man aber **nicht** darf, ist die möglichen Bilanzierungssysteme oder die Einzelposten in einem System willkürlich oder absichtlich zu mischen. Denn dann sind willkürliche (oder auch absichtliche) Ergebnisse möglich.
 - Die trickreiche Vermischung von verschiedenen Bilanzierungssystemen ist durchaus weit verbreitet; gerade jetzt (Mitte **2002**) herrscht an der Börse und bei Anlegern eine gewisse Verwunderung darüber, daß Firmen, die gerade noch in ihre Bilanz große Gewinne hatten, jetzt plötzlich komplett bankrott sind. Ende **2007** und **2008** ("subprime loan crisis") ist die Verwunderung noch größer - irgendwie sind hunderte von Milliarden € weg, die die Banken kurz vorher noch glaubten zu haben.
 - Falls **wir** das tun, sind wir aber keine Ingenieure mehr, sondern Meister der Geschäftsverwaltung (vornehm "Master of Business Administrations" oder **MBA**), wenn nicht sogar Politiker. Wollen wir das? Eben! **Wir** halten unsere Bilanzen ehrlich, die Teilströme säuberlich getrennt, und müssen uns dann auch nicht darüber streiten, ob wir jetzt zuviel oder zuwenig Einwanderer haben.

Formeln für Vorwärts- und Rückwärtsstrom im Gleichgewicht

- ▶ Wie groß sind denn nun unsere Vorwärts-und Rückwärtsströme?
 - Hmmm - für den Vorwärtsstrom ist das nicht so einfach zu sagen. Wir reden über den Anteil eines Gewusels von Elektronen/Löchern, die, falls sie zufällig gegen den Energieberg in der **RLZ** anrennen, genug Schwung haben, um die Steigung hinaufzukommen.
 - Die Höhe des Bergs, d.h. die Höhe der Energiebarriere, wird dabei sicher eine entscheidende Rolle spielen. Wir können erwarten, daß der übliche Boltzmannfaktor **exp** $-\Delta E/kT$ auftaucht - aber so ganz klar sind die Verhältnisse noch nicht.
- ▶ Deshalb schauen wir uns jetzt mal den Rückwärtsstrom an - vielleicht sind die Verhältnisse da einfacher.
 - Was wir bei genauer Betrachtung sehen sind relative wenige Minoritätsladungsträger, die fast überall im Material geboren werden (durch Generation), ziellos durch den Kristall wandern (per "random walk"), und nach Ablauf ihrer (mittleren) Lebensdauer τ durch Rekombination sterben - an einem Ort, der (im Mittel) eine Diffusionslänge **L** von ihrem Geburtsort entfernt ist. Im feldfreien Bereich des Kristalls laufen diese Ladungsträger energetisch auf einer Ebene.
 - Einige dieser Ladungsträger werden aber auf ihrer Wanderung zufällig an den Rand der **RLZ** geraten. Was dann geschieht ist exakt dasselbe, was einem **besoffenen Radfahrer** passiert, der auf einer Ebene in Schlangenlinien durch die Gegend fährt, und plötzlich an eine Abhang gerät: Er fährt hinunter! Und zwar immer! Und zwar völlig unabhängig davon, wie weit hinunter es geht.
 - Wir brauchen keinen Boltzmannfaktor oder sonst was, um den energetisch bergab fließenden Strom zu berechnen. Es reicht völlig aus, zu wissen **wieviele** besoffene Radfahrer - sorry, Elektronen oder Löcher - **pro Sekunde** an die Kante des Abhangs gelangen.
- ▶ Damit liegt folgender Ansatz für den Rückwärtsstrom nahe: Der Rückwärtsstrom ist proportional zur Ladungsträgerkonzentration, d.h.

falsch!!	$j_R(L) \propto -e \cdot n_L$	falsch!!
	$j_R(V) \propto +e \cdot n_V$	

- Die $n_{L,V}$ sind die Konzentrationen der (Minoritäts)elektronen im Leitungsband bzw. Löcher im Valenzband; die Elementarladung e brauchen wir, um aus einem Teilchenstrom einen elektrischen Strom, d.h. Ladungstransport zu machen

Dieser Ansatz ist falsch!!!!

Warum denn? Die Proportionalität zur Konzentration ist doch offensichtlich? Schon, aber betrachten wir doch noch mal das Radfahrerbild ganz genau:

- Überall auf der Energiehochebene fahren besoffene Radfahrer "random" durch die Gegend - bis sie nach Ablauf ihrer Lebensdauer τ vom Fahrrad fallen oder den **pn**-Abhang runter sausen und (als Fahrradfahrer) nicht mehr existieren. Das hat aber eine einschneidende Konsequenz:

Nach ein paar τ gibt es keine Fahrradfahrer mehr!

- Um eine **konstante Dichte** zu erreichen, müssen wir wohl ein paar Kneipen postulieren, die mit konstanter Generationsrate immer neue Radfahrer auf die Reise schicken.
- Damit haben aber nur **die** Jungs (und Mädels), die in der **Nähe des Abhangs** aus der Kneipe kommen, überhaupt eine "Chance", innerhalb ihrer Lebenszeit zufällig an die Kante zu gelangen. Wir können eine Art "Einzugsgebiet" definieren, das natürlich proportional zur Diffusionslänge L sein muß.

Der Rückwärtsstrom der Berg runter Fahrenden muß deshalb proportional zu L sein; das ist einsichtig. Aber was ist mit der Konzentration $n_{L,V}$?

- Sie nützt gar nichts. Wenn wir in Onkel **Dagoberts** Geldspeicher ein Loch bohren, ist der daraus abfließende Geldstrom nur für kurze Zeit proportional zur Geldkonzentration im Speicher; nach kurzer Zeit ist er Null - der Speicher ist leer.
- Sobald alle Radfahrer im Einzugsbereich der **RLZ** -Kante den Berg hinuntergerauscht oder sowieso vom Rad gefallen sind, ist der Strom versiegt.

Damit ist klar: Für "**steady state**", d.h. konstanten Strom, kann man immer nur soviel pro Sekunde abziehen, wie neu generiert wird.

- Mehr Radfahrer als im Einzugsbereich pro Sekunde aus den Kneipen kommen, können nicht pro Sekunde den Berg hinunterfallen: **Der Strom muß also proportional zur Generationsrate sein, nicht zur Konzentration!**
- Die Generationsrate G (im Gleichgewicht) kennen wir aber: Sie ist genauso groß wie die Rekombinationsrate R , wir hatten folgende Formel:

$$G_{GG} = R_{GG} = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau} = \frac{(n_i)^2}{N_{\text{Dot}} \cdot \tau}$$

Die letzte Gleichsetzung muß erklärt werden:

- Sie folgt aus dem Massenwirkungsgesetz, das uns für die Minoritätsladungsträgerdichte die Beziehung $n_{\text{Min}} \cdot n_{\text{Maj}} = (n_i)^2$ liefert, und aus der üblichen Näherung $n_{\text{Maj}} \approx N_{\text{Dot}}$ für die Majoritätsladungsträgerdichte bei "mittleren" Temperaturen .
- Berücksichtigt man, daß die Elektronen im Leitungsband aus dem **p**- in den **n**-Bereich in positiver **x**-Richtung fließen und dementsprechend die Löcher im Valenzband von **n**- in den **p**-Bereich in negativer **x**-Richtung fließen, so erhalten wir schließlich für die Rückwärtsströme

$$j_R(L) = \frac{-e \cdot L \cdot n_{\text{Min}}(L)}{\tau} = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_A \cdot \tau}$$

$$j_R(V) = \frac{-e \cdot L \cdot n_{\text{Min}}(V)}{\tau} = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_D \cdot \tau}$$

- Eigentlich müßte statt dem Gleichheitszeichen "=" ein Proportionalitätszeichen " \propto " stehen, denn wir wissen nur, daß $j_R(L,V)$ **proportional zur Diffusionslänge L** ist. Wir wissen aber auch, daß die entsprechende Proportionalitätskonstante nicht sehr verschieden von **1** sein kann. "Richtige" Rechnungen zeigen nun, daß sie exakt = **1** ist - wir dürfen also getrost das Gleichheitszeichen benutzen.
- $n_{\text{Min}}(L,V)$ kennzeichnet dabei die Minoritätsladungsträgerdichte im Leitungsband (dann sind es **Elektronen**) oder im Valenzband (dann sind es **Löcher**). Die zugehörige Dotierkonzentration ist die der **Akzeptoren** (für die Elektronen) und die der **Donatoren** (für die Löcher) - hier muß man etwas aufpassen!

Das war gar nicht so schwer - jedenfalls leichter, als den Vorwärtsstrom zu berechnen. *Aber das müssen wir auch gar nicht mehr tun* - denn im Gleichgewicht müssen Vorwärts- und Rückwärtsströme *in jedem Band für sich* identisch sein:

$$j_R(L) = -j_F(L) = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_A \cdot \tau}$$
$$j_R(V) = -j_F(V) = \frac{-e \cdot L \cdot (n_i)^2}{N_D \cdot \tau}$$

Das ist doch schon was! Wir haben Gleichungen für Ströme, in die die wesentlichen Kenngrößen der Halbleiter eingehen: n_i definiert bei gegebener Temperatur die Energielücke, und damit das *Grundmaterial*, τ sagt was über die Art der Bandstruktur (direkt/indirekt) und über die Perfektion des Kristalls, und N_{Dot} sagt was über die Technologie aus - was wir mit dem Material gemacht haben.

- Man beachte, daß die Elektronenströme und die Löcherströme verschieden groß sein werden - sie skalieren direkt mit der Dotierkonzentration.
- Das wird noch mal sehr wichtig werden!

[Fragebogen / Questionnaire](#)

Multiple Choice Fragen zu 6.2.2