

5.3.2 Generation, Rekombination, Lebensdauer und Diffusionslänge

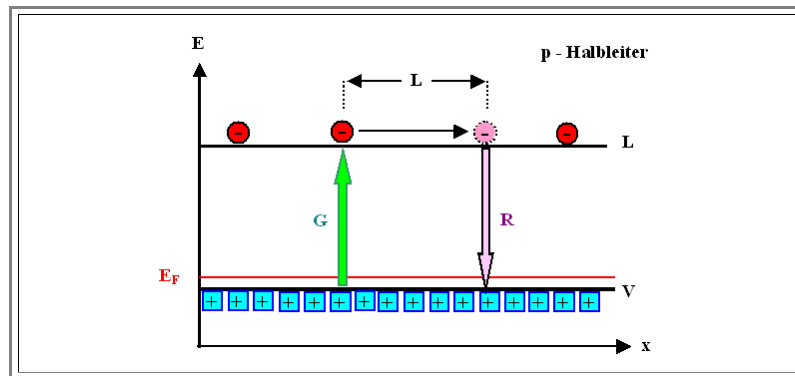
Generation- und Rekombinationsrate

Als wir uns mit [Band-Band-Übergängen](#) beschäftigt haben, haben wir bereits den Begriff der [Ladungsträgerlebensdauer](#) kennengelernt.

- Dazu haben wir den Elementarprozeß der Erzeugung oder **Generation** eines Elektron-Lochpaares, der anschließenden **Thermalisierung** und **Rekombination** angeschaut.
- Diese beiden Begriffe sind neben der Dotierung der Schlüssel zur Halbleiterphysik und -technik. Es schadet nicht, an dieser Stelle die beiden früheren [Unterkapitel](#) noch einmal durchzulesen.

Wir betrachten jetzt aber **dotierte** Halbleiter, d.h. wir haben Minoritäts- und Majoritätsladungsträger mit sehr verschiedenen Konzentrationen, und wir müssen die Stichworte "**Generation**", "**Rekombination**", "**Lebensdauer**" und "**Diffusionslänge**" unter diesem Aspekt noch einmal betrachten.

- Es lohnt sich, für diesen Fall noch einmal den gesamten Zyklus von der Geburt bis zum Tod eines Ladungsträgers zu betrachten. Wir führen dazu eine Bildbetrachtung durch und interpretieren das **Banddiagramm** des Lebenslaufs einer Minorität in einem **p-Typ** Halbleiter.



Aus einer eingehenden Kontemplation dieses Bildes lassen sich folgende Schlußfolgerungen ziehen:

1. Es enthält **redundante Information**. Sowohl die Lage der Fermienergie, als auch die symbolisch eingezeichneten Majoritätsladungsträger "Löcher", als auch die Beschriftung sagen alle dasselbe: Wir haben einen **p-Typ Halbleiter**.
2. Das Verhältnis Majoritäten : Minoritäten ist ungefähr **4 : 1**. Damit hätten wir nur eine sehr schwache Dotierung. Es liegt damit nahe, daß der Künstler die Zahl der Löcher und Elektronen **symbolisch** meint. Denn ein realistisches Verhältnis von z.B. **1 000 000 : 1** ist in dieser Kunstform offenbar nicht darstellbar.
3. Im linken Bereich ist ein **Generationseignis** zu sehen. Während der neu erzeugte Minoritätsladungsträger - das **Elektron** - eindeutig zu identifizieren ist, bleibt der zugehörige Majoritätsladungsträger "Loch" anonym, er ist in der Masse der anderen Löcher nicht zu identifizieren. Der Künstler will wohl einen Hinweis darauf geben, daß sich bei einer leichten Abweichung vom Gleichgewicht bei den **Majoritäten** so gut wie nichts ändert, während bei den **Minoritäten** die Änderungen deutlich spürbar sind.
4. Im Zentrum des Bildes folgen wir dem Schicksal des frisch generierten Minoritätsladungsträger. Nachdem er sich eine Länge **L** von seinem Geburtsort entfernt hat, geht er durch Rekombination wieder ins Nirwana ein - das Elektron ist (im Leitungsband) spurlos weg. Wiederum fehlt jeder Hinweis auf den Rekombinationspartner aus der Masse der Löcher.
5. Es läßt sich noch ein letzter Hinweis auf die Vorgänge in und zwischen den Bändern finden: **Alle** Minoritäten (und auch die Majoritäten) sind sich völlig gleich - wir sehen rote Kreise, die für sich genommen völlig ununterscheidbar sind.

Soviel Information steckt in einem simplen Banddiagramm - man muß sie nur zu interpretieren wissen! Nüchtern betrachtet nehmen wir jetzt folgende Punkte zur Kenntnis:

1. Ganz offensichtlich ist das, was sich bei den **Minoritäten** abspielt, viel wichtiger als die Vorgänge bei den Majoritäten. Denn jede Änderung bei Ladungsträgerkonzentrationen bewirkt bei den Minoritäten immer sehr viel größere Abweichungen vom Gleichgewicht, als bei den Majoritäten. Und es sind immer die Abweichung vom Gleichgewicht, die Reaktionen aller Art antreiben!
2. Obwohl wir bisher immer nur **einen** Generationsvorgang mit anschließender Rekombination betrachtet haben, muß uns doch klar sein, daß wenn **ein** wie auch immer generiertes Elektron nach einer Zeit τ rekombiniert, das dann notwendigerweise für **alle** Elektronen gelten muß! Denn **alle** Elektronen sind gleich und keine sind gleicher!
3. Damit würden praktisch **alle** Minoritätsladungsträger nach ein paar Lebensdauern τ verschwunden sein (denn die "Abbaurrate" folgt natürlich dem allgemeinen Gesetz zum [Zerfall angeregter Zustände](#)). Die **Rekombinationsrate R**, d.h. die Zahl der pro Sekunde (und **cm⁻³**) rekombinierenden Minoritätsladungsträger, ist damit einfach

$$R = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

Da aber im Gleichgewicht die Konzentration aller Ladungsträger konstant sein muß, können wir eine erste, sehr wichtige Schlußfolgerung ziehen:

- Im Gleichgewicht muß die **Generationsrate** G , d.h. die Zahl der pro Sekunde (und cm^{-3}) generierten Minoritätsladungsträger genau gleich groß sein wie die **Rekombinationsrate**, d.h.

$$G_{\text{GG}} = R_{\text{GG}} = \frac{n_{\text{Min}}}{\tau}$$

- Das läßt sich leicht verstehen: Wenn von einem Bankkonto ein bestimmter Betrag pro Zeiteinheit abgeboben wird - z.B **1 € pro Tag** oder **1 000 000 € pro Tag** - dann wird der Kontostand (im Mittel) nur dann konstant bleiben (im Mittel), wenn genausoviel Geld pro Zeiteinheit überwiesen wird. Das [hatten wir übrigens schon mal](#) in einem anderen Zusammenhang!

- Das Beispiel paßt genau! Und es sagt uns darüberhinaus ganz plastisch, daß aus der Größe der Ab- und Zuflüsse kein wie auch immer gearteter Schluß auf den **Kontostand** gezogen werden kann, wie auch umgekehrt ein wie auch immer gearteter unveränderter Kontostand nichts über die **Höhe** der Zu- und Abflüsse aussagt.

Damit haben wir im (nur so rumliegenden) Halbleiter nicht nur ein **Gleichgewicht**, wir haben immer ein **dynamisches Gleichgewicht**.

- Jeder Minoritätsladungsträger wird irgendwann (und irgendwo) generiert, läuft (im Mittel) eine Diffusionslänge durch den Kristall, und verschwindet dann wieder durch Rekombination.
- Das gilt natürlich im Prinzip auch für die Majoritätsladungsträger. Von denen ist aber die weitaus überwiegende Anzahl im (dynamischen) Gleichgewicht mit den **Dotieratomen** und die paar, die sich mit Minoritäten abgeben, spielen für die Gesamtanzahl keine Rolle.

Lebensdauer, Diffusionslänge und Beweglichkeit

Zum obigen Thema haben wir schon früher (und [einige Zeilen weiter oben](#)) schon viel gelernt. Wir wiederholen obige Aussage mal etwas ausführlicher:

- Jeder Minoritätsladungsträger wird generiert, und läuft dann (im Mittel) eine **Diffusionslänge** L durch den Kristall. Dazu braucht er (im Mittel) die Zeit τ , die wir ab jetzt **Minoritätsladungsträgerlebensdauer** oder kurz **Lebensdauer** nennen, und verschwindet dann wieder durch Rekombination.
- Der Zusammenhang zwischen Lebensdauer und Diffusionslänge wird dabei [wie bei jedem "Random walk"](#) durch die folgende Beziehung gegeben:

$$L = (D \cdot \tau)^{1/2}$$

- D ist dabei der **Diffusionskoeffizient** der Elektronen oder Löcher.

Den **Diffusionskoeffizienten** der Elektronen oder Löcher haben wir schon mal kurz kennengelernt, er wurde als "**formal immer definierbar**" bezeichnet. Aber das ist nun doch ein wenig unbefriedigend. Einige Fragen drängen sich auf:

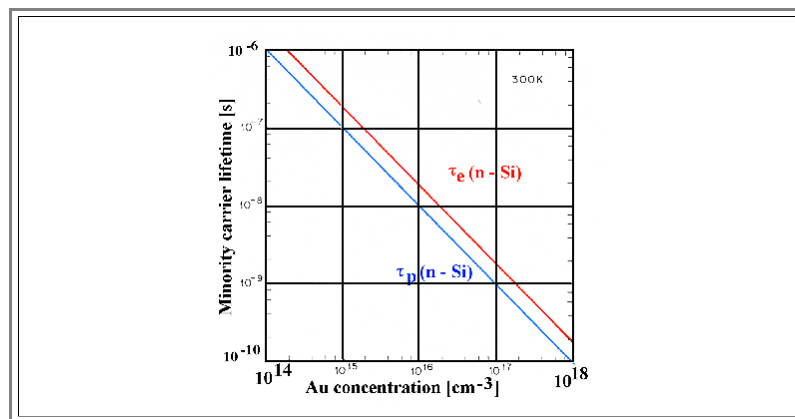
- Wieso **diffundieren** die Elektronen oder Löcher jetzt? Bisher haben wir ihre Bewegung im Kristall ganz anders, nämlich auf zwei Weisen betrachtet:
 - Elektronen wurden durch [ebene, stehende, oder sonstige Wellen](#) beschrieben. Dabei haben wir nur Aufenthaltswahrscheinlichkeiten betrachtet; eine Bewegung war allenfalls indirekt über den mit dem **Wellenvektor** k verknüpften Impuls vorhanden. "**Random walk**" kam gar nicht vor.
 - Elektronen wurden als [Teilchen betrachtet](#), die wegen des Pauli Prinzips mit relativ hoher Geschwindigkeit durch den Kristall rasen müssen. "**Random walk**" kam indirekt vor: Bei jedem "random" Stoß, wechseln sie "random" Richtung und Geschwindigkeit. Die entscheidende Größe war aber die **Driftgeschwindigkeit** v_D , die wiederum mit der treibenden Kraft "**elektrisches Feld**" E über die Materialkonstante **Beweglichkeit** μ verknüpft war

$$v_D = \mu \cdot E$$

- Die **Beweglichkeit** war eine Materialkonstante, die pauschal die im jeweiligen Material vorliegende Situation bezüglich der Stöße von Elektronen mit z.B. Defekten und Phononen wiedergab. Mehr zu diesem durchaus nicht trivialem Thema im [Link](#).
- Die **Diffusionskonstante**, wie wir sie bei der Beschreibung der Diffusion durch die [Fickschen Gesetze](#) kennengelernt haben, macht aber im Grunde dasselbe für irgendein Teilchen, das sich in einem Medium bewegt und als treibende Kraft einen **Konzentrationsgradienten** sieht.
- Es bedurfte des Genies von Albert **Einstein**, um zu erkennen, daß ein **Diffusionskoeffizient** oder eine **Beweglichkeit** im Grunde **dasselbe** Elementarphänomen beschreiben:
- Sie sind einfach **Zahlen**, in denen alle Einflüsse **statistisch** zusammengefaßt sind, die ein Teilchen spürt, das unter der Wirkung irgendeiner treibenden Kraft in einem Material herumgeschubst wird.
- Einstein (und **Nernst**, und **Smoluchowski**) leitete dann mit einigem, aber überschaubarem Aufwand folgende einfache Beziehung ab (bekannt als **Einstein-Beziehung**, **Einstein-Smoluchowski-Beziehung**, oder auch **Einstein-Nernst-Beziehung**)

$$D = \frac{kT}{e} \cdot \mu$$

- Abgesehen von dem Faktor **kT/e** sind Diffusionskoeffizient und Beweglichkeit also identisch. Wer sich die [Herleitung](#) anschauen möchte, kann das über den Link tun.
- Da wir **μ** [kennen](#), kennen wir jetzt auch **D**. Damit können wir bei Kenntnis von **L** oder **τ** die jeweils andere Größe berechnen.
- Was noch bleibt, ist eine etwas quantitativere Vorstellung davon zu bekommen, wie groß **L** oder **τ** in einem gegebenen Material sein wird.
- Unsere Grunderkenntnis von Kapitel 4 gilt natürlich immer noch: In [direkten Halbleitern](#) ist **τ** klein (Größenordnung **ns**); in [indirekten Halbleitern](#) ist sie groß (Größenordnung **ms**).
- Wie groß oder klein **genau**? Das ist eine der "guten" Fragen, die nicht so leicht zu beantworten ist. Wer sich traut, schaut via Link in eine [Vorlesung für Fortgeschrittene](#), der Rest (**und** die Mutigen) merkt sich nur einen einzigen Zusammenhang:
- Die Lebensdauer in **indirekten Halbleitern**, insbesondere also in **Silizium**, ist extrem sensitiv auf Kristallgitterdefekte, insbesondere **atomare Fehlstellen**. Wir schauen uns das an einem Beispiel an



- Die Lebensdauer verringert sich linear mit der Goldkonzentration. Selbst bei der kleinen Konzentration von **10^{14} cm^{-3}** (≈ 2 **ppb**) beträgt sie nur **1 μs** . Bis zu einer Lebensdauer von **1 ms** (**das war die Behauptung**) fehlen noch drei Größenordnungen – die Goldkonzentration müßte also bei **2 ppt** liegen, um die Millisekunde zu erreichen.
- So ist es auch! "**Life time killer**" wie Gold (und viele andere metallische Fremdatome, am schlimmsten **Fe, Ni, Cu**) sind allesamt "**tiefe Störstellen**" mit Energieniveaus für Elektronen, die tief in der Bandlücke liegen. Der Halbleitertechnologie fürchtet sie wie der Teufel das Weihwasser.
- An dieser Stelle liegt eine der Wurzeln der extremen Reinheits- und Perfektionsanforderungen der **Si-Technologie**. [Kristalle verschmutzen gern](#) (bei höherer Temperatur). Der Kampf für Reinheit ist deshalb immer ein Kampf gegen die **Entropie** – und das kostet Energie (und vor allem viel Geld).
- Hier steckt auch das Grundproblem der **Si-Solarik**: Gute Solarzellen kann man nur aus **Si** mit möglichst großer Diffusionslänge und damit Lebensdauer machen. Und diese Sorte **Si** **kann** einfach nicht billig sein!

Fragebogen / Questionnaire

Multiple Choice Fragen zu 5.3.2