

## 5.2.2 Die Konzentrationen von Ladungsträgern im Leitungs- und Valenzband in dotierten Halbleitern

### Konzentration und Zustandsdichte mit Dotierung

Für die Konzentration der Ladungsträger im Leitungsband gilt nach wie vor und auch sonst immer:

$$n_L(T) = \int_{E_L}^{\infty} D(E) \cdot f(E, E_F, T) \cdot dE$$

????????? Bedeutet das, eine Dotierung ändert nichts an den Ladungsträgerkonzentrationen?

- **Nein** - das bedeutet es ganz sicher nicht! Denn wir haben zwar dieselbe Grundformel wie im intrinsischen Fall - und auch sonst immer - aber wir haben jetzt, **erstens**, andere **Zustandsdichten**, und wo die **Fermienergie** jetzt liegt, ist **zweitens** auch nicht unmittelbar klar.
- Das ist in der Formel oben angedeutet, indem wir die Fermienergie  $E_F$  als **Variable** in die Fermiverteilung schreiben.
- Betrachten wir nun die möglichen Änderungen bei Zustandsdichte und Fermienergie.

Wie sich die Zustandsdichte mit Dotierung ändert, ist einfach zu sehen:

- **In** den Bändern ändert sich **nichts**; es gibt genau so viel Plätze für Elektronen wie ohne Dotierung. Wir verwenden deshalb einfach die **effektiven Zustandsdichten** weiter.
- In der **Bandlücke** sieht es anders aus. Im intrinsischen Halbleiter war die Zustandsdichte in der Bandlücke überall (d.h. bei jeder Energie) = Null; jetzt aber haben wir  $N_D$  Zustände bei  $E = E_L - \Delta E_D$  und  $N_A$  Zustände bei  $E = E_V + \Delta E_A$ .
- Die zusätzlichen Zustandsdichten in der Bandlücke sind also identisch mit der Dichte der eingebrachten Störstellen (von gewissen **kleinen Komplikationen**, die uns hier aber nicht interessieren, mal abgesehen).
- So weit so einfach. Die entscheidende Frage ist jetzt aber: **Wo liegt die Fermienergie?**

Wir schauen uns das in mehreren Schritten an; sowohl qualitativ, als auch quantitativ.

### Wo liegt die Fermienergie - zweiter Teil

**Qualitativ** gehen wir genauso vor wie beim ersten mal, als wir uns diese Frage gestellt haben.

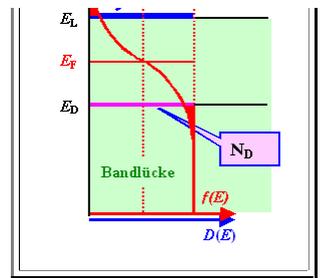
- Wir betrachten einen Halbleiter, der Donatoren mit der Dichte (oder Zahl)  $N_D$  enthalten soll, die ein Energieniveau für Elektronen bei  $E_D$  (d.h.  $E_D - E_L = \Delta E_D$ ) in die Bandlücke einführen. Weiterhin betrachten wir nur **technisch relevante** Donatoren, d.h.  $\Delta E_D \ll E_G$ .
- Bei  $T = 0 \text{ K}$  werden dann die Donatorniveaus die letzten mit Elektronen besetzten Zustände sein; nach der **"naiven" Definition der Fermienergie** wäre dann

$$E_F = E_D$$

Naiv, aber immerhin: Die Fermienergie ist jetzt ganz woanders als im intrinsischen Halbleiter, wo sie in Bandmitte lag.

- Nun wärmen wir den Kristall ein kleines bißchen auf. Die dann zur Verfügung stehende thermische Energie  $kT$  wird ausreichen, um einige Elektronen vom Donatorniveau ins Leitungsband zu heben, während vom Valenzband sehr, sehr viel weniger kommt - diesen Beitrag können wir erst mal vernachlässigen.

Wir haben nicht mehr die Flächen der Zwickel, sondern nur noch die Zwickel**höhen**, d.h. den Wert der Verteilungsfunktion bei der betrachteten Energie, denn die Integration über die "Zwickelfläche" im Leitungsband ist ja in der effektiven Zustandsdichte schon enthalten.



- Den Zwickel unterhalb des Donatorniveaus brauchen wir gar nicht aufzuintigrieren, denn nur bei  $E_D$  gibt es überhaupt Zustände.
- Im Leitungsband dürfen wir zur Berechnung der Zwickelhöhe statt der Fermiverteilung auch die Boltzmann Näherung nehmen, da  $E_L - E_F \gg kT$  für "normale" Umstände.
- Für das Donatorniveau dürfen wir das aber nicht, da der Abstand von Fermienergie zu  $E_D$  beliebig klein werden kann. Tatsächlich wird die Fermienergie sogar durch das Donatorniveau "durchrutschen" müssen, wenn man die Temperatur erhöht, wie wir gleich sehen werden. Bei kleinen  $T$  liegt  $E_F$  oberhalb von  $E_D$ , bei Raumtemperatur aber unterhalb.
- Wie auch immer, der Zeichnung entnimmt man zwanglos, daß bei halbwegs vergleichbaren effektiven Zustandsdichten  $N_{\text{eff}}^L$  und  $N_D$  (angedeutet durch die Dicke der Balken), die Fermienergie **jetzt**, d. h. bei sehr kleine  $T$ , zwischen  $E_L$  und  $E_D$  liegen **muß**.

Das können wir sofort **quantifizieren**. Unter der für kleine Temperaturen sicher richtigen Annahme, daß weitaus überwiegend alle Elektronen im Leitungsband von Donatoren kommen, muß gelten

- Zahl (oder Volumendichte)  $n_L(T)$  der besetzten Zustände im Leitungsband = Zahl (oder Volumendichte) der nicht mehr besetzten Zustände  $N_D^+(T)$  bei den Donatoratomen.
- Dabei haben wir davon Gebrauch gemacht, daß für jedes Elektron, das sein ursprüngliches Donatoratom verlassen hat, ein **positiv ionisiertes Donatoratom** zurückbleibt, d.h.  $n_L(T) = N_D^+(T)$ .
- Wenn wir uns nun zum letzten Mal im Langtext vergegenwärtigen, daß die Zahl von besetzten Zuständen **immer** gegeben ist durch Integral über Fermiverteilung mal Zustandsdichte oder, einfacher, effektive Zustandsdichte mal Wert der Boltzmannverteilung, dann ist  $n_L(T)$ , die Zahl der Elektronen im Leitungsband  $n_L(T) = N_{\text{eff}}^L \cdot \exp(-(E_L - E_F)/kT)$
- Die Zahl der **noch** von Elektronen besetzten Donatorzuständen  $N_D^0(T)$  (die "0" bei  $N_D^0(T)$  steht für ungeladen) wäre dementsprechend  $N_D^0(T) = N_D - N_{\text{eff}}^L \cdot \exp(-(E_L - E_F)/kT)$

Wir wollen uns aber gar nicht erst mit der Näherung aufhalten, dass alle Elektronen im Leitungsband von den Donatoren stammen, sondern schreiben in **voller Allgemeinheit** mit Hilfe der Fermiverteilung

$$N_D^0(T) = N_D \cdot f(E_D, E_F, T).$$

- Die Zahl  $N_D^+(T)$  der **nicht mehr** mit Elektronen besetzten Donatorzustände ist, ebenfalls in voller Allgemeinheit:  $N_D^+(T) = N_D \cdot \{1 - f(E_D, E_F, T)\}$ .

Das können wir sofort mit Formeln hinschreiben:

$$n_L(T) = N_D^+(T)$$

$$N_{\text{eff}}^L \cdot \exp(-(E_L - E_F)/kT) = N_D \cdot \{1 - f(E_D, E_F, T)\}$$

- $E_F$  ist rot markiert, denn es ist die **einzige** Unbekannte in obiger Gleichung.

Wir haben also **eine** transzendente Gleichung mit **einer** Unbekannten - der Fermienergie. Diese Gleichung ist damit die Bestimmungsgleichung für die Fermienergie für den Spezialfall, daß **alle** Elektronen im Leitungsband nur von den Donatoren kommen.

- Ob man diese Gleichung wohl analytisch lösen kann, d.h. einen geschlossen Ausdruck  $E_F = E_F(N_D, N_{\text{eff}}^L, T)$  hinschreiben kann?
- Rezepte zur Lösung transzendenter Gleichungen gibt es zwar nicht, aber man kann ja mal probieren:

## Übung 5.2-1

Fermienergie ausrechnen

Das Ergebnis ist genau wie oben qualitativ beschrieben: Die Fermienergie liegt zwischen  $E_L$  und  $E_D$ .

- Aber das gilt nur für **kleine** Temperaturen, bei denen der Anteil der Elektronen, die es aus dem Valenzband ins Leitungsband schaffen, gegenüber den Elektronen aus Donatorniveaus vernachlässigbar ist.

Immerhin, wir haben eine völlig neue Sache gefunden: Wir haben im **mit Donatoren dotierten Halbleiter** unter diesen Umständen ("kleine" Temperaturen) **sehr viel mehr Elektronen** im Leitungsband als Löcher im Valenzband!

- Klar? Nein? Na dann: Wie groß ist jetzt  $n_V$ , die Konzentration der Löcher im Valenzband?

- **Richtig:** *Integral über Zustandsdichte mal (1 – Fermiverteilung)* oder gleich effektive Zustandsdichte mal Wert der Boltzmannverteilung bei der gewählten Energie.

$$n_V \approx N_{\text{eff}} \cdot \exp - \frac{E_F - E_V}{kT}$$

- Da in mit Donatoren dotierten Halbleitern die Fermienergie aber "hochgerutscht" ist, ist  $E_F - E_V$  jetzt aber viel größer als **im intrinsischen Fall**; statt ungefähr  $E_G / 2$  haben wir jetzt ungefähr  $E_G$ .

Wir haben also in mit Donatoren dotierten Halbleitern (bei nicht zu hohen Temperaturen) tatsächlich **sehr viel mehr Elektronen im Leitungsband als Löcher im Valenzband**. Das ist so eine fundamental neue Sache, daß wir für die damit verbunden Eigenschaften zwei **allgemeine** Bezeichnungen erfinden:

- 1. Wir nennen **alle** Halbleiter, die **mehr** Elektronen im Leitungsband als Löcher im Valenzband haben "**n-dotiert**" oder **n-leitend**, da **negative** (bewegliche) Ladungen überwiegen.
- Den umgekehrten Fall (mehr Löcher als Elektronen) nennen wir "**p-dotiert**" oder **p-leitend**, da **positive** (bewegliche) Ladungen überwiegen.
- Die Kleinschreibung von "n" und "p" ist **extrem** wichtig, da ein **P**-dotierter Halbleiter ein mit Phosphor (**P**) dotierter Halbleiter ist - und der ist dann **n-leitend**, denn Phosphor ist ein Donator! Verwechslungen von **n-** und **p-dotierten** Scheiben sind dann vorprogrammiert, und das ist so ungefähr der **GAU** in der Halbleitertechnologie.
- 2. Wir nennen diejenigen Ladungsträger, die die Mehrheit haben, die **Majoritätsladungsträger** oder kurz **Majoritäten**. Die anderen sind dann die **Minoritätsladungsträger** oder kurz **Minoritäten**.
- In mit **P** dotiertem **n-leitendem Si** sind also die **Elektronen** im Leitungsband die **Majoritäten**, die **Löcher** im Valenzband die **Minoritäten**.

Bevor wir dieser spannenden Sache weiter nachgehen, betrachten wir aber erstmal noch, was bei **hohen Temperaturen** in dotierten Halbleitern geschieht.

- Dazu suchen wir uns einfach eine Temperatur aus, die garantiert mehr Elektronen aus dem Valenzband ins Leitungsband schaufelt, als wir überhaupt Donatoren haben, d.h. wir postulieren

$$n_V \gg N_D$$

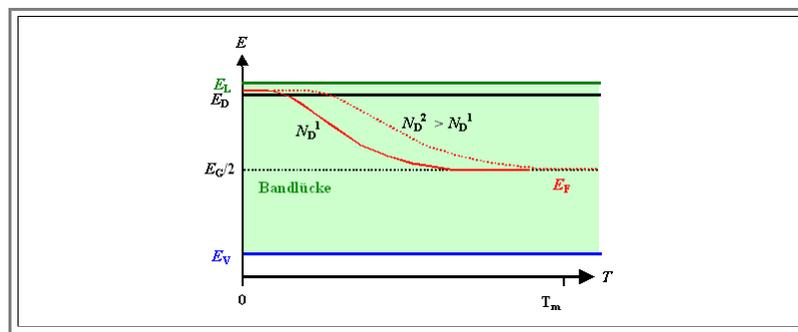
- Das ist leicht trickreich formuliert, aber die Zahl der Löcher im Valenzband ist zumindest nie kleiner als die Zahl der Elektronen, die aus dem Valenzband kommen (ob sie größer sein kann, werden wir noch sehen).
- Damit ist dann aber auch  $n_L \approx n_V$ , und damit muß die Fermienergie wie im intrinsischen Fall ungefähr in Bandmitte liegen

Man kann das auch so verstehen: Bei genügend hohen Temperaturen kann das Valenzband immer sehr viel mehr Elektronen ins Leitungsband schicken als jede mögliche (sinnvolle) Dotierung, da wir einfach immer sehr viel mehr Kristallatome haben als Fremdatome = Dotierungsatome

- Damit ist der Unterschied zu intrinsischem Verhalten bei hohen Temperaturen praktisch nicht wahrnehmbar, und die Fermienergie ist zwangsläufig wieder in Bandmitte.
- Wie hoch die "hohe" Temperatur sein muß, um den Beitrag der Donatoren zu den Elektronen im Leitungsband zu überwinden, wird ganz klar von der Konzentration  $N_D$  an Donatoren abhängen. Bei kleinen Konzentrationen reichen schon mittlere Temperaturen; bei hohen Konzentration muß man kräftig heiß machen.

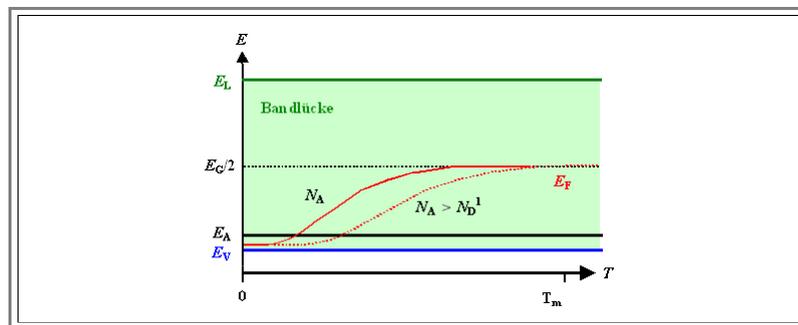
Damit haben wir aber auch schon die indirekt gestellte Frage beantwortet: Wo liegt die Fermienergie bei **mittleren** Temperaturen?

- Bei tiefen  $T$  liegt sie zwischen  $E_L$  und  $E_D$ , also dicht unterhalb der Leitungsbandkante, bei hohen Temperaturen liegt sie in der Bandmitte - bei mittleren Temperaturen kann sie nur irgendwo **dazwischen** liegen.
- Damit erwarten wir qualitativ, aber logisch zwingend, folgenden Verlauf der Fermienergie mit der Temperatur:



Es bleiben nur noch zwei Fragen: Wie ist die Lage, wenn wir nicht *Donatoren*, sondern *Akzeptoren* einbauen? Oder *beide gleichzeitig*?

- Die zweite Frage stellen wir etwas zurück; die erste ist einfach zu beantworten:
- In *p-dotiertem* Material werden wir bei kleinen Temperaturen viele Löcher im Valenzband generieren, weil die thermische Energie ausreicht, um Elektronen aus dem Valenzband auf die Akzeptorniveaus zu befördern. Die Fermienergie *muß* zwischen Akzeptorniveau und Valenzbandkante sitzen.
- Wir haben jetzt sehr viel mehr Löcher im Valenzband als als Elektronen im Leitungsband, Löcher sind jetzt die *Majoritätsladungsträger*.
- Bei hohen Temperaturen wird alles wieder intrinsisch, die Fermienergie liegt in Bandmitte. Wir erwarten folgenden Verlauf der Fermienergie mit der Temperatur:



Alles ist ziemlich symmetrisch, wie es auch sein sollte.

- Aber genug der qualitativen Betrachtungen. Wie sieht das ganze *quantitativ* aus?
- Das schauen wir uns in einem eigenen Unterkapitel an.

## Fragebogen / Questionnaire

Multiple Choice Fragen zu 5.2.2