

## 2.4.3 Zusammenfassung Kapitel 2.4

**Vorbemerkungen:** Hier sind absichtlich keine Links gesetzt. Wer hier etwas nicht sofort versteht, tut gut daran selbst aktiv zu suchen!

Die molare Wärmekapazität **C** jedes Festkörpers ist in der klassischen Physik zwangsweise und unabänderbar **9/2 R**.

- Dabei entfallen **6/2 R** auf das Gitter und **3/2 R** auf die freien Elektronen.
- Das ist aber zweifach **falsch**: **1.** ist **C** maximal **3 R**, d.h. der Beitrag der Elektronen ist nicht da, und **2.** geht **C** mit sinkender Temperatur immer auf Null.

Das Problem der fehlenden spezifischen Wärme der Elektronen löst sich sofort in der Quantentheorie:

- Elektronen unterhalb der Aufweichungszone der Fermiverteilung können keine Energie aufnehmen, da sie dazu ihren Zustand ändern müssten, d.h. auf einen anderen Platz in Zustandsraum "springen" müssten. Da es in ihrer energetischen Umgebung keine freien Plätze gibt, kann ein "Energieänderungsprozess" nicht erfolgen.
- Nur die Elektronen im Aufweichungsbereich der Fermiverteilung sind energetisch flexibel; das sind aber bei normalen Temperaturen nur sehr wenige.

Eine schnelle überschlägige Berechnung unter der Annahme, dass die verfügbare Zahl der Elektronen gegeben wird durch  $N_{\text{eff}} \approx L^3 \cdot D(E_F) \cdot kT$ , liefert sofort das einfache (und zu Experimenten sehr gut passende) Ergebnis

$$C_e \approx \frac{9N_A}{2E_F} \cdot k^2 T = \frac{9}{2} R \cdot \frac{kT}{E_F} = \frac{9}{2} \cdot R \cdot \frac{T}{T_F}$$

Eine genauere Rechnung führt in haarige, aber rein mathematische Probleme bei der Auswertung bestimmter Integrale, und liefert nahezu dasselbe Ergebnis

$$C_e \approx D(E_F) \cdot \int_0^\infty (E - E_F) \cdot \frac{d}{dT} \left( \frac{1}{\exp - (E - E_F)/kT} \right) dE \approx \frac{\pi^2}{2} \cdot R \cdot \frac{T}{T_F}$$

Die spezifische Wärme der Elektronen ist zwar nicht von großer technischer Bedeutung, aber das einfachste und klarste Beispiel für das Wirken von Zustandsdichte und Fermiverteilung. Außerdem illustriert es sehr schön die zwar von der Sache her trivialen, aber doch sehr lästigen mathematischen Probleme mit "Fermiintegralen".

Die Thematik "Leitfähigkeit" ist jetzt einfach zu fassen. Die klassische Betrachtung kommt zu völlig falschen Werten für die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen.

- Nehmen wir aber wieder überschlagsmäßig als Mittelwert die Hälfte der Fermigeschwindigkeit ( $1/2 m \cdot v_F^2 = k \cdot T_F$ ), lösen sich alle Probleme in Wohlgefallen auf.

Da  $v_F$  relativ konstant ist, wird die bestimmend Größe für die Leitfähigkeit die **mittlere freie Weglänge** zwischen Stößen. Streuprozesse an Defekten und Phononen dominieren die Temperatur- und Gefügeabhängigkeit, daraus lassen sich leicht einige Regeln ableiten bzw. historische Regeln und "Gesetze" begründen:

- **Matthiesen Regel:** Der spez. Widerstand hat einen temperaturunabhängigen, durch Defekte gegebenen Anteil, und einen mit **T** wachsenden, durch Phononen bestimmten Anteil.
- Der Widerstand wächst linear mit der Temperatur, es gilt

$$\rho \approx \rho_0 (1 + \alpha T) \quad \alpha \approx 4 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta \rho \approx \frac{0,4\%}{0\text{C}} \quad \text{für alle "normalen" Metalle}$$

- **Nordheim Regel:** Bei Legierungen nimmt der Widerstand immer (zunächst linear) mit der Konzentration des Legierungselements zu.

