

## Übungen "Materialwissenschaft I"

### Blatt 9

**Aufgabe 27:** Auf die Oberfläche eines Silizium-Wafers werden Arsen-Atome aufgebracht, um das Silizium zu dotieren. Sei  $c$  die Konzentration der Arsen-Atome und  $D$  der Diffusionskoeffizient (hier von Arsen in Silizium).

a) Zeigen Sie, daß die Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} = 0$$

die folgende Lösung besitzt:

$$c(x,t) = (c_\infty - c_0) \left( 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \right) \right) + c_0 \quad \text{mit } c_0 = c(x,t=0) \quad \text{und}$$

$$c_\infty = c(x=0,t) = c(x,t=\infty).$$

$c_0$ : Arsen-Grundkonzentration im Silizium zum Zeitpunkt  $t=0$  (Konstante bzgl. Ort und Zeit).  $c_\infty$ : konstante Arsen-Konzentration am Ort  $x=0$  zu allen Zeiten (entspricht einer unerschöpflichen Quelle) bzw. an allen Orten nach unendlich langer Zeit.

b) Wie lange muß der Silizium-Wafer in einem Ofen bei  $1394^\circ\text{C}$  liegen, damit die Konzentration der Arsen-Atome in einer Tiefe von  $20\mu\text{m}$  der halben Oberflächenkonzentration  $c_\infty$  entspricht? (Hinweise:  $\operatorname{erf}(0.5) \approx 0.5$ ,  $c_0 \approx 0$ )

### Aufgabe 28:

a) Zeigen Sie, daß  $c(x,t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right)$  eine Lösung der Diffusionsgleichung ist.

b) Zeigen Sie:  $c(x,t \rightarrow 0) = \delta(x)$ : Delta-Funktion.

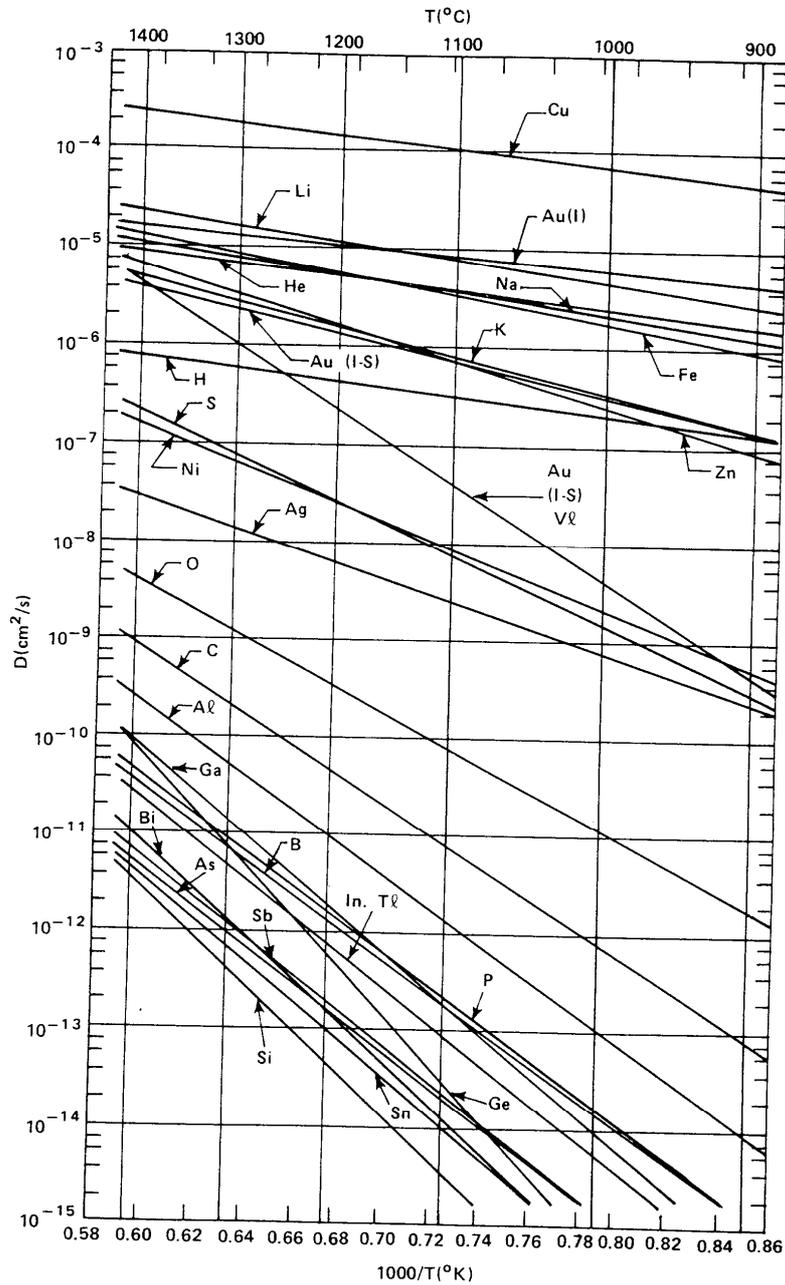
*Hinweis I:* 
$$\frac{d}{dz} \left[ \int_a^{g(z)} f(y) dy \right] = f(g(z)) \cdot g'(z)$$

*Hinweis II:* 
$$\int_0^{+\infty} \exp(-y^2) dy = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

*Hinweis III:* 
$$\operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-y^2) dy$$

**Aufgabe 29:** Man betrachte ein Stück Silizium bei 1200°C zu einem Zeitpunkt  $t_0$ . Nach welcher Zeit befindet sich keines der Silizium-Atome mehr an dem Platz, den es zum Zeitpunkt  $t_0$  innehatte? Wie lange dauert dies bei Raumtemperatur?

Hinweis: Benutzen Sie für die Abschätzung die Formel aus der Vorlesung:  $D \approx a^2 r$ ;  $D$ : Diffusionskoeffizient,  $a$ : Gitterkonstante,  $r$ : Sprungrate.



Diffusion Coefficients in Intrinsic Silicon  
 (Originally presented at the Spring 1969 meeting of the  
 Electrochemical Society, Inc. held in New York, N.Y.)