Prof. Dr. Selhuber-Unkel
Lehrstuhl für Biokompatible Nanomaterialien

Übungen " Materialwissenschaft I"

Blatt 1

Aufgabe 1: Kurvendiskussion

Um eine Vorstellung zu bekommen, was sich bei einem durch $y = f(x)$ beschriebenen Vorgang abspielt, ist es in jeden Fall günstig den Verlauf der Kurve zu diskutieren und zu zeichnen. Gegeben sei folgende Funktion:

$$y = -\frac{A}{x^n} + \frac{B}{x^m}$$

Hierbei sind $A > 0$, $B > 0$, n und m Konstanten. Diskutieren Sie diese Funktion für den Fall, daß $n = 6$ und $m = 12$ ist:

a) Berechnen Sie Minima und Maxima der Funktion.

b) Bestimmen Sie die Wendepunkte der Funktion.

c) Betrachten Sie das Verhalten für $x \to 0$ und $x \to \infty$.

d) Skizzieren Sie den Verlauf der Kurve.

Aufgabe 2: Berechnen Sie das folgende Integral.

$$A = \int_0^\infty \frac{dx}{a\exp(bx) - 1} \qquad , b \geq 0$$

Aufgabe 3:

Zwischen den beiden Größen x und y bestehe der folgende funktionale Zusammenhang:

$$y = a \cdot \exp(bx).$$

a) Wie müssen Sie die Achsenauftragung wählen, damit Sie eine Gerade erhalten?

b) Wie können Sie aus dieser Geraden die Konstanten a und b bestimmen?

c) Transformieren Sie die $\ln-$Achse in eine $\log_n -$Achse und bestimmen Sie erneut die Konstanten a und b!

d) Bestimmen Sie die Konstanten a und b, wenn für den Zusammenhang zwischen x und y gilt:

$$y = a \cdot x^b$$

Prof. Dr. Selhuber-Unkel
Lehrstuhl für Biokompatible Nanomaterialien

Aufgabe 4: Gegeben ist folgende Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -\sqrt{3} & 0 \\ -\sqrt{3} & 1-2\sqrt{2} & \sqrt{3} \\ 0 & \sqrt{3} & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Bestimmen Sie die Eigenwerte λ_i der Matrix A, $i = 1,2,3$.

Hinweis: Ein Eigenwert ist 1.

b) Bestimmen Sie die normierten Eigenvektoren $\vec{v}_i$ zu den Eigenwerten λ_i.

c) Zeigen Sie, daß die Eigenvektoren $\vec{v}_i$ die Orthogonalitätsrelation erfüllen, d.h.

$$\vec{v}_i \vec{v}_j = \delta_{ij} \qquad i, j = 1,2,3.$$

Mit Hilfe der unitären oder auch Ähnlichkeitstransformation läßt sich die oben stehende Matrix A in eine Diagonalmatrix D überführen. Für den Zusammen-hang zwischen A und D gilt.

$$D = UAU^{-1}.$$

Wird durch diese Gleichung eine *Drehung* beschrieben, so gilt speziell: $U^{-1} = U^T$ und die Transformationsmatrix U ist zeilenweise aufgebaut, aus den normierten Eigenvektoren der Matrix A.

Im Falle einer Drehung beschreiben die beiden Matrixen A und D das gleiche mathematische oder physikalische System, z.B. elastischer Spannungszustand, Trägheitsmoment, etc. Die Beschreibung des Sytems ist am einfachsten, wenn die zugehörige Matrix Diagonalgestalt hat. Daher stellt die Matrix U, im Falle des Trägheitsmomentes, eine Drehung des Körpers auf seine Hauptträgheitsachsen dar. Darum nennt man diese Transformation auch *Hauptachsentransformation.*

Eigenschaften der Drehmatrixen sind:

- sie haben stets den vollen Rang,
- sämtliche Eigenwerte sind 1,
- es gilt $\mathrm{Det}U = 1$ und
- da $U^{-1} = U^T$ gilt $UU^T = E$, wobei E die Einheitsmatrix bedeutet.

d) Wie lautet die Transformationsmatrix U?

e) Zeigen Sie, daß $UU^T = E$.

f) Zeigen Sie, daß in der Hauptdiagonalen der Matrix D die Eigenwerte λ_i stehen.