

Lösungen zur Übung 7.1-3

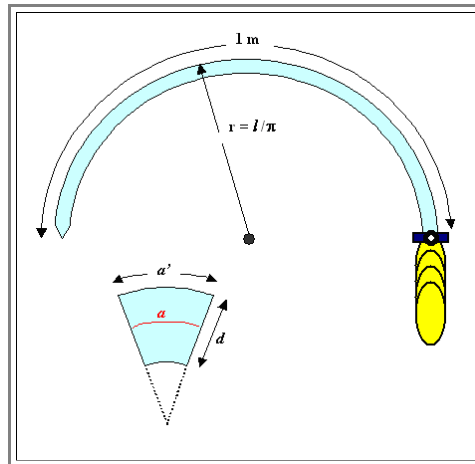
Schwertbiegen

Illustration

Kann man für vernünftige Dicken d ein 1 m langes Schwert produzieren, das sich rein elastisch in einen Halbkreis biegen lässt?

Das geht nur, wenn die Dehnung des am stärksten gedehnten Teils noch im elastischen Bereich liegt.

Am stärksten gedehnt ist der kreisäußere Teil des Schwerts. In Aufsicht sieht das so aus:



In dem (übertrieben dick dargestellten) Segment wird klar, daß die Außenseite gedehnt, und die Innenseite gestaucht ist. Genau in der Mitte läuft die gedachte (rot gezeichnete) "neutrale Faser", die nicht verformt ist, d.h. sie ist immer noch 1 m lang

Die Dehnung ϵ der Außenseite in dem gezeichneten Segment ist $(a' - a)/a$; sie ist entlang des Schwertes in jedem Segment überall gleich groß solange wir einen Halbkreis haben.

Elementare Geometrie ergibt für ein in einen Halbkreis gebogenes Schwert der Länge l und der Dicke d

$$\epsilon = \frac{d}{2r} = \frac{\pi \cdot d}{2l}$$

Die Verformung bleibt elastisch, solange in der am stärksten verformten Außenseite nicht die Fließspannung R_p erreicht wird, ab der sich das Material plastisch verformen würde. (Wir ignorieren dabei, was bei Stauchung so alles passieren könnte).

Die Spannung ist bei elastischer Verformung mit der Dehnung über den E -Modul verknüpft. Damit wird die Verformung elastisch bleiben, solange gilt

$$\begin{aligned} \sigma &= E \cdot \epsilon < R_p \\ \frac{\pi \cdot d \cdot E}{2l} &< R_p \\ d &< \frac{2 R_p \cdot l}{\pi \cdot E} \end{aligned}$$

Mit den Zahlenwerten $E = 100 \text{ GPa}$, $R_p = (0.5 - 2) \text{ GPa}$, $l = 1 \text{ m}$ erhält man sofort

$$d < \frac{2 \cdot 0.5 \cdot 1}{3.14 \cdot 100} \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^2 \cdot \text{N}} = 3.18 \text{ mm}$$

$$\frac{2 \cdot 1}{3.14 \cdot 100} \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{m}^2}{\text{m}^2 \cdot \text{N}} = 12.74 \text{ mm}$$

Die Antwort lautet also: Ja es geht - im Prinzip. Denn vorausgesetzt haben wir, dass das Schwert vollständig homogen ist, d. h. keine lokalen Schwachstellen hat, und dass es die Dehnung, nicht die Stauchung (= negative Dehnung) ist, die die plastische Verformung oder den Bruch bestimmt.