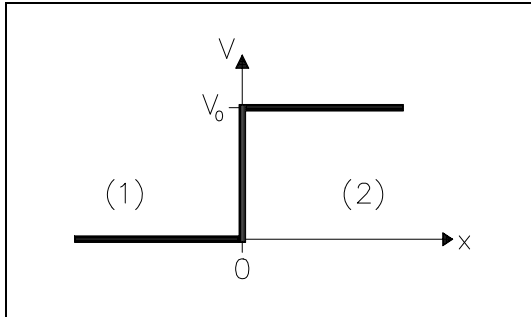


## Übungen " Materialwissenschaft I"

### Blatt 2

#### Aufgabe 5:

Wir betrachten ein Teilchen, das sich in dem in der Abbildung dargestellten Potential bewegt. Dieses Potential wird definiert durch:



$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \leq 0, \text{ Gebiet (1)} \\ V_0 & \text{für } x > 0, \text{ Gebiet (2)} \end{cases}$$

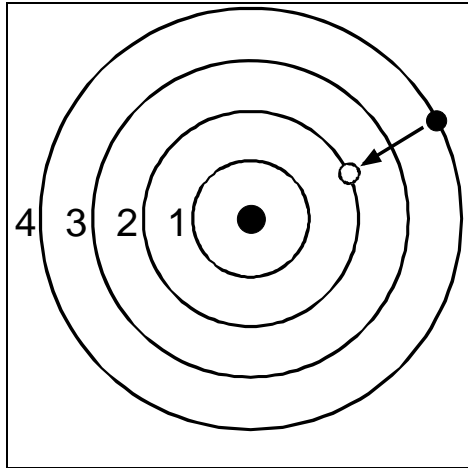
Das Teilchen habe eine Energie  $E$ , für die gelten soll:  $E < V_0$

- Wie lautet die Schrödinger-Gleichung des Teilchens in Gebiet (1)?
- Zeigen Sie, daß  $\psi_1(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$  ( $A, B = \text{const.}, A, B \neq 0, i^2 = -1$ ) eine Lösung der Schrödinger-Gleichung in Gebiet (1) ist.  
Was wird durch  $k$  physikalisch beschrieben?
- Wie lautet die Schrödinger-Gleichung des Teilchens in Gebiet (2)?
- Zeigen Sie, daß  $\psi_2(x) = Ce^{-\alpha x}$  ( $C = \text{const.}, C \neq 0$ ) eine Lösung der Schrödinger-Gleichung in Gebiet (2) ist. Dabei ist  $\alpha^2 = \frac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}$
- Berechnen Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeitsdichte  $|\psi_2(x)|^2$  des Teilchens in Gebiet (2) und vergleichen Sie das Ergebnis mit Ihrer Erwartung für ein klassisches (also nicht quantenmechanisches) Teilchen.
- Warum macht die Lösung  $\psi_2(x) = C'e^{+\alpha x}$  für Gebiet (2) physikalisch keinen Sinn?
- Welcher Grenzfall führt bei diesem Problem auf das klassische Ergebnis?

**Aufgabe 6:**

Im Bohrschen Atommodell umlaufen die Elektronen den Atomkern in Kreisbahnen, was bedeutet, daß die Elektronen nur bestimmte Energien besitzen können. Das Wasserstoffatom (H-Atom), dessen Kern aus einem Proton mit der Ladung  $+e$  gebildet wird, besitzt ein Elektron, das die Ladung  $-e$  trägt (siehe Abbildung). Die Energie des Elektrons beträgt nach Bohr auf der  $n$ -ten Bahn ( $R$ : Rydberg-Konstante):

$$E_n = -\frac{R}{n^2}$$



- a) Man betrachte den Fall, daß sich das Elektron zunächst auf der Bahn mit  $n'=4$  aufhält und dann auf die Bahn mit  $n=2$  springt (vgl. Bild 1). Welche Energie  $\Delta E$  (in eV) verliert das Elektron dabei?
- b) Die Energie  $\Delta E$ , die das Elektron verliert, wird in Form von elektromagnetischer Strahlung abgegeben. Energie und Frequenz  $\nu$  hängen über  $\Delta E = h\nu$  ( $h$ : Plancksches Wirkungsquantum) zusammen. Berechnen Sie die Frequenz und die Wellenlänge  $\lambda$  der abgegebenen Strahlung.
- c) Wieviele Umläufe um den Kern macht das Elektron auf der vierten Bahn, bevor es auf die zweite Bahn springt? Die mittlere Lebensdauer eines angeregten Zustandes beträgt im Wasserstoff etwa  $10^{-8}$  s.

**Aufgabe 7:**

- a) Geben Sie die Heisenbergsche Unschärferelation formelmäßig an und beschreiben Sie ein (gedankliches) Experiment, das die wesentliche Aussage dieser Beziehung wiedergibt.
- b) Die Geschwindigkeit eines aufgeschlagenen Tennisballs ( $v = 50 \text{ m s}^{-1}$ ) läßt sich mit einer guten Meßapparatur mit einer Unschärfe von  $10^{-4} \text{ m s}^{-1}$  bestimmen. Ist es sinnvoll, für ein solches "Teilchen" eine Bestimmung der Ortsunschärfe durchzuführen?
- c) Ein Proton in einem Plasma (z. B. der Sonne) bewege sich mit einer Geschwindigkeit gleicher Geschwindigkeitsunschärfe. Bestimmen Sie die Ortsunschärfe des Teilchens und vergleichen Sie diesen Wert mit der Größe des Elektrons.