Lösung Übung 7.1-2

Verformen wir einen Würfel der Kantenlänge 1 ändert sich die Länge In Zugrichtung von 1 auf 1 + ∈₁, quer dazu auf 1 + ∈₂ oder 1 – ∨∈₁.

Damit wird das Volumen der gezogenen Probe (Unter Vernachlässigung von ϵ^2):

$$V = (1 + \epsilon_1) \cdot (1 - v \epsilon_1)^2$$
$$= 1 - 2v \epsilon_1 + \epsilon_1$$

Das war schon das Ergebnis von Aufgabe 7.1-1. Für die relative Volumenänderung △ V / V erhalten wie

$$\triangle V/V = \epsilon_1(1-2v)$$

Wenn wir nun auch in die beiden anderen Richtungen entsprechend verformen, verdreifachen wir schlicht das Ergebnis und erhalten für die gesamte Volumenänder $\Delta V/V = 3 \epsilon_1 (1 - 2 \nu)$.. Der Kompressionsmodul K ist defienert als $K = \sigma \cdot V/\Delta V$; der E-Modul E ist $E = \sigma/\epsilon$. Damit können wir schreiben

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{K} = 3\epsilon_1(1-2\nu)$$

$$K = \frac{\sigma}{\epsilon_1(1-2\nu)} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

Genähet haben wir indirekt, da bei der Volumenberechnung die "Ecken" und "Kanten" herausgefallen sind; mal darüber nachdenken.