Lösungen zur Übung 2.1-1:

Wie groß sind Atome?

Illustration

1. Wie oft muß man die Demokritsche Gedankenoperation ausführen?

- Man müßte die Gedankenoperation etwa 80-mal ausführen, denn:
- Da ein Atom einen Durchmesser von ca. $\mathbf{10^{-10}}$ **m** hat, müßte man ca. $\mathbf{10^{8}}$ Atome aneinanderreihen, um eine Kette von **1 cm** Länge zu erhalten. Für einen **massiven** Würfel mit einer Kantenlänge von 1 cm benötigt man also ca. $\mathbf{10^{24}}$ Atome. Von einem Atom ausgehend, gilt für die Anzahl ***N*** der Schritte, mit der wir die Atomanzahl verdoppeln müssen, um den gesamten Würfel aufzubauen:
- $\mathbf{2^N = 10^{24}}$ oder
  $N = 24 \ln(10) / \ln(2) = 79{,}73$

2. Wie groß müßte ein Atommodell sein, bei dem der Atomkern ca. **1 cm** durchmißt?

- Das Atommodell müßte einen Durchmesser ***D*** von **1 km** haben, denn das Verhältnis von Atomdurchmesser zu Atomkerndurchmesser beträgt:
- $\mathbf{10^{-10}\ m : 10^{-15}\ m = 10^{3}\ m : 10^{-2}\ m}$.

3. Wieviele Atome passen in einen Würfel mit der Kantenlänge **10 nm** oder **100 nm**?

- *Kantenlänge **10 nm**:*
  Volumen des Würfels: $V_W = (10\ \text{nm})^3 = 10^{-24}\ \text{m}^3$
  Volumen eines Atoms: $V_A = (4/3) \cdot \pi \cdot r^3$,
  mit $r = 1/2 \cdot 10^{-10}$ m
  $V_A = 4/3 \cdot 1/8 \cdot \pi \cdot 10^{-30}\ \text{m}^3 = 5{,}23 \cdot 10^{-31}\ \text{m}^3 = 5{,}23 \cdot 10^{-22}\ \text{mm}^3$
- Da Atome nicht eckig sind und somit ein gegebenes Volumen wie einen Würfel nicht vollständig ausfüllen, ist die Packungsdichte ***P***, die von der jeweiligen Kristallstruktur bestimmt wird, mit zu berücksichtigen. Hierbei gilt:
  P = Volumen der Atome im Würfel/Würfelvolumen
- Wir erhalten damit für die gesuchte Zahl ***N***
  $N \cdot V_A = P \cdot V_W$, oder
  $N = P \cdot V_W / V_A$, mit dem Ergebnis
- $N = 1{,}9 \cdot 10^6$ für **P = 100%** (Eigentlich unmöglich, da Atome nicht eckig...)
  $N = 1{,}4 \cdot 10^6$ für **P = 74%** (Kubisch flächenzentriert)
  $N = 1{,}3 \cdot 10^6$ für **P = 68%** (Kubisch raumzentriert)
  $N = 0{,}99 \cdot 10^6$ für **P = 52%** (Kubisch primitiv)
  Was das bedeutet lernen wir in Kapitel 3
  - ziemlich viel Atome für so ein kleines Volumen!
- *Bei einer Kantenlänge von **100 nm*** erhalten wir dieselben Werte multipliziert mit **1 000**, denn das Würfelvolumen ist jetzt **1000** mal größer.

4. Wieviel **Fe** - Atome auf der Oberfläche eines quadratischen **Si** - Kristalls (Kantenlänge **1cm** und Dicke **1 mm**; das ist ein Stück eines Wafers für die Mikroelektronik) reichen aus, um nach Eindiffusion ins Volumen (gleichförmige Verteilung angenommen) , die kritische (für Chips) Konzentration von ca. $\mathbf{10^{12}\ cm^{-3}}$ zu erreichen?
Wie groß ist diese Konzentration in **%** der Konzentration der **Si** - Atome an der Oberfläche (in $\mathbf{cm^{-2}}$)?

- *Berechnung der Anzahl der benötigten Eisenatome:*
  Volumen des **Si**-Kristalls: $V_{Si} = 0{,}1\ \text{cm}^3$
  Die kritische Konzentration ist $K_{crit} = 10^{12}\ \text{cm}^{-3}$, daraus folgt für die Zahl der Eisenatome N_{Fe}
  $N_{Fe}/V_{Si} = = 10^{12}\ \text{cm}^{-3}$, oder
  $N_{Fe} = 10^{12}\text{cm}^{-3} \cdot 0{,}1\ \text{cm}^3 = 10^{11}$
  Somit reichen $\mathbf{10^{11}}$ Eisenatome aus, um die kritische Konzentration zu erreichen.
- *Berechnung der Oberflächenkonzentrationen:*
  Oberfläche **O** des Si-Kristalls:
  $O = 2\ \text{cm}^2$.
  Die Oberflächendichte D_{Fe} der Eisenatome beträgt somit:
  $D_{Fe} = N_{Fe}/O = 10^{11}/\ 2\ \text{cm}^2) = 5 \cdot 10^9\ \text{cm}^{-2}$.

- Da die Gitterkonstante von Silizium **a = 0,543 nm** beträgt, und Silizium eine **2**-atomige Basis aufweist, sitzt auf der Oberfläche **O** des Kristalls folgende Anzahl N_{Si} an **Si**-Atomen:

  $N_{Si} = 2 \cdot (O/a^2)$

  $= 4\ cm^2 / (0{,}543\ nm)^2$

  $N_{Si} = 13{,}5 \cdot 10^{14}$

- Die Oberflächendichte D_{Si} der Siliziumatome beträgt somit:
  $D_{Si} = N_{Si}/O = 6{,}7 \cdot 10^{14}\ cm^{-2}$.

- Es ergibt sich an der Oberfläche des Kristalls also folgendes Verhältnis ***G*** von Eisen- zu Siliziumatomen:
  $G \approx (N_{Fe}/N_{Si})$ oder
  $G \approx 7{,}4 \cdot 10^{-5} = 0{,}0074\ \%$
  Das heißt: Falls nur **0,0074%** aller Oberflächenatome aus Eisen sind, ist der Chip anschließend kaputt.

5. *Hochauflösende* Bilder der Elektronenmikroskopie sind typischerweise **18 cm x 14cm** groß und zeigen Atomreihen (senkrecht zur Bildebene) die als verschwommene Punkte mit Durchmessern von ca **1 mm** erscheinen, wobei alle Atome, die in einer Säule von ca. **30 nm** Dicke stecken, aufeinander projeziert werden - ein Beispiel ist im Link zu sehen. An den ca. **500** Mikroskopen die seit ca. **15** Jahren im weltweiten Einsatz sind, werden täglich ca. **10** Bilder produziert.

Wieviel Atome wurden - ganz grob - damit weltweit bisher angeschaut?

- Ganz grob (d.h. ohne Berücksichtigung der Packungsdichte) wurden damit weltweit bisher $2{,}57 \cdot 10^{14}$ Atome angeschaut, denn

  $N = 15 \cdot 356 \cdot 10 \cdot 500 \cdot (30\ nm/10^{-10}\ m) \cdot [18\ cm \cdot 14\ cm) / (\pi(1/2\ mm)^2]$

  $N = 15 \cdot 356 \cdot 10 \cdot 500 \cdot (3 \cdot 10^{-8}\ m/10^{-10}\ m) \cdot (18 \cdot 10^{-2}\ m \cdot 14 \cdot 10^{-2}\ m)/[(\pi \cdot (1/4) \cdot 10^{-6}\ m^2]$

  $N = 2{,}57 \cdot 10^{14}$

6. Wie groß ist damit das bisher mit Elektronenmikroskopen untersuchte Volumen aller betrachteten Materialien?

- Das Volumen eines Atoms ist etwa
  $1/6\pi \cdot 10^{-30}\ m^3 = 5{,}23 \cdot 10^{-22}\ mm^3$.
- Das gesamte mit *Hochauflösung* untersuchte Volumen beläuft sich damit auf
  $V = 2{,}57 \cdot 10^{14} \cdot 5{,}23 \cdot 10^{-22}\ mm^3 = 13{,}44 \cdot 10^{-8}\ mm^3 = 134{,}4\ \mu m^3$.
- Das ist nicht übertrieben viel, wenn man bedenkt welche allgemeinen Schlüsse Elektronenmikroskopiker aus ihren Beobachtungen gerne ziehen! Auch das mit kleinerer Auflösung untersuchte Volumen ist nicht besonders groß; es liegt im **cm^3** Bereich.

PS: Zu recht heißt es:

- *"Die schärfsten Kritiker der Elche*
  waren früher selber welche"
  (Robert **Gernhardt**)
- Ich war auch mal Elektronenmikroskopiker.