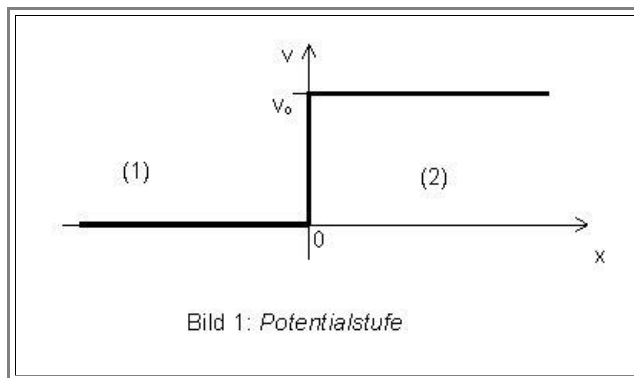


Übung 2.1-5

Lösung der Schrödingergleichung für eine Potentialstufe

Wir betrachten ein Teilchen, das sich in dem dargestellten Potential eindimensional bewegt. Das Teilchen habe eine Gesamtenergie E , für die gelten soll: $E < V_0$.

- Das ist eine wichtige Beschränkung! Ein *klassisches* Teilchen kann sich deshalb *nur* im Bereich (1) aufhalten. Wenn das nicht glasklar ist, unbedingt darüber nachdenken!
- Die Potentialstufe sieht also so aus:



- Links ist das Potential - also die potentielle Energie des Teilchens - Null, rechts hat es den endlichen Wert V_0
- Wir fragen uns im wesentlichen, was einem Teilchen passiert das sich im Bereich (1) aufhält, wenn es auf die Potentialschwelle trifft.

Fragen:

- Wie lautet die Schrödinger-Gleichung für das Teilchen in Gebiet (1)?
- Zeige, daß $\psi_1(x) = A \cdot \exp(ikx) + B \cdot \exp(-ikx)$ eine Lösung der Schrödinger-Gleichung in Gebiet (1) ist. A und B sind von 0 verschiedene Konstanten, und i ist die imaginäre Einheit; $i^2 = -1$.
- Was wird durch k physikalisch beschrieben? *Hinweis:* Beachte die *Dimension* und die allgemeine Form der Lösung (verwende den [Eulerschen Satz](#)).
- Wie lautet die Schrödinger-Gleichung für das Teilchen in Gebiet (2)?
- Zeige, daß $\psi_2(x) = C \cdot \exp(-\alpha \cdot x)$ eine Lösung der Schrödinger-Gleichung in Gebiet (2) ist. C ist wieder eine von null verschiedene Konstante.
- Weiterhin gilt:

$$\alpha^2 = \frac{2m \cdot (V_0 - E)}{\hbar^2}$$

- Berechne die [Aufenthaltswahrscheinlichkeit](#) $|\psi_2(x)|^2$ des Teilchens in Gebiet (2) und vergleiche das Ergebnis mit deiner Erwartung für ein *klassisches* (nicht quantenmechanisches) Teilchen?
- Was könnte passieren, wenn statt einer Potentialschwelle eine dünne Barriere genommen wird?
- Warum macht die Lösung $\psi_1'(x) = C \cdot \exp(-\alpha \cdot x)$ für Gebiet (1) physikalisch keinen Sinn?
- Welcher Grenzfall führt bei diesem Problem auf das klassische Ergebnis?



Lösung