

Elektrische Feldenergie und der E-Modul

Advanced

Der Elastizitätsmodul E ist sowohl eine der wichtigsten (und leicht meßbaren) Materialeigenschaften als auch eine direkt die atomare Natur der Materie demonstrierende Größe.

- Der E -Modul resultiert, wie wir bereits wissen, [direkt aus dem Bindungspotential](#), das wiederum die Lösung der Schrödingergleichung für die betrachtete Bindung repräsentiert.
- Betrachtet werden dabei immer nur ein paar der äußeren Elektronen der betrachteten Atome. Bedenkt man, daß der Radius der 1. Bohrschen Bahnen oder die Maxima der Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der betrachteten Orbitale gut **10.000** mal größer sind als die Größe des Atomkerns oder der Elektronen (ein [typischer Wert](#) für die Größe eines Atomkerns ist $3.4 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, ein Elektron hat den "klassischen" Radius $2.8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, der Bohrsche Radius liegt bei ca. $5.3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$), besteht die Materie im wesentlichen aus leerem Raum, mit ein paar geladenen "Punkten" darin.
- Na ja - nicht ganz richtig! Der "leere" Raum ist angefüllt mit den elektrischen Feldern der geladenen "Punkte". Jede der "Punktladungen" q produziert im Abstand r ein elektrisches Feld E , das gegeben ist durch

$$E = \frac{1}{4\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

- Wir sind natürlich inzwischen schlau genug, E und E nicht zu verwechseln!

In der Nähe eines Elektrons wird man im wesentlichen nur das Feld dieses Elektrons spüren. Dieses Feld hat wie jedes elektrische Feld eine Energiedichte E (wir nehmen hier, aus reiner Bosheit, dreimal das gleiche Symbol, nur in anderen Farben!), die gegeben ist durch

$$E = \frac{\epsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{2300 \text{ GPa}}{\pi r^4}$$

- Der Ausdruck rechts resultiert, wenn man die erste Gleichung für das Feld und die Werte für die Elementarladung und ϵ_0 einsetzt und den Radius in Å angibt. Die Energiedichte hat dann die Einheit GJ/m^3 .

Die Energiedichte E hat die Einheit $[\text{J/m}^3]$. Die Energie des elektrischen Feldes ist die Ursache für die Kraft zwischen zwei Ladungen - die Coulombkraft - weil Kraft mal Weg die Arbeit beschreibt, die man aufbringen muss, um die Energiedichte des Gesamtfeldes für den gewählten Abstand zu bekommen.

- Andersherum ausgedrückt, die Kraft ist die (negative) Ableitung der potentiellen elektrostatischen Energie für diesen Fall. [Auch nichts wirklich Neues.](#)

Jetzt zurück zum E -Modul. Er beschreibt, was passiert, wenn wir ein Stück feldgefüllten Raum mit "Punktladungen drin (= ein Material) nehmen, und jetzt die Ladungen etwas dichter beisammen haben wollen. Wir "drücken" oder, wenn wir es etwas weniger dicht haben wollen, "ziehen" (= Zugversuch) am Material.

- Die Einheit des E -Moduls ist [Pascal \[Pa\]](#); normalerweise nehmen wir Gigapascal, **GPa**. Ein Pascal war definiert als $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$. Wir können da aber noch einen Meter reinmultiplizieren, und erhalten genauso gut $1 \text{ Pa} = 1 \text{ Nm/m}^3 = 1 \text{ J/m}^3$.

Aha! Der E -Modul beschreibt also *auch* eine Energiedichte! Welche wohl?

- Genau! es kann sich nur um die Energiedichte des elektrischen Feldes der an der Bindung beteiligten Elektronen handeln. Und zwar in Abständen r die so rund und roh einen Bindungsabstand beschreiben.
- Das kann man nun schnell ausrechnen, was man bekommt sieht so aus:

Abstand r vom Elektron [Å]	Elektrische Energiedichte E [GPa]	Kommentar
4.0	2.8	Größenordnung E -Modul von Polymeren
1.37	208	Größenordnung E -Modul von Metallen
1.0	732	Größenordnung E -Modul von Keramik / Diamant

▶ Nochmal *Aha!* Der **E**-Modul beschreibt wohl tatsächlich den Teil der elektromagnetischen Energiedichte, den wir mechanisch noch ein bißchen ändern können.

- Das sind letztlich die Felder, die von den äußeren Elektronen herkommen. Die inneren Elektronen werden von "normalen" mechanische Drücken nichts merken.

Nach "The Curious World of Contact Angles and Particle Adhesion" von Robert Lacombe; in "Materials Science and Technology Newsletter", Vo. 2 No. 3 March 2006.